

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	IV
LEYES DEL MOVIMIENTO O LEYES DE NEWTON	- 2 -
COCEPTO DE FUERZA	- 2 -
PRIMERA LEY DE NEWTON	- 3 -
MASA Y PESO.....	- 3 -
SEGUNDA LEY DE NEWTON.....	- 3 -
MEDICIÓN DE LA INTENSIDAD DE LA FUERZA.....	- 4 -
UNIDAD DE FUERZA	- 4 -
LA FUERZA DE GRAVEDAD Y EL PESO.....	- 4 -
TERCERA LEY DE NEWTON O DE ACCIÓN Y REACCIÓN	- 5 -
FUERZA NORMAL (N)	- 6 -
APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON	- 6 -
FRICCIÓN	- 20 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS: PROBLEMAS CON DIAGRAMAS DE CUERPO LIBRE	- 33 -
APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON	- 34 -
TRABAJO	- 39 -
TRABAJO NETO O TRABAJO RESULTANTE.....	- 40 -
“TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA DE GRAVEDAD”	- 43 -
ENERGÍA	- 50 -
ENERGÍA CINÉTICA	- 50 -
TEOREMA DEL TRABAJO - ENERGÍA CINÉTICA	- 51 -
TEOREMA DEL TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA	- 53 -
ENERGÍA POTENCIAL	- 54 -
CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA.....	- 56 -
IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO.....	- 64 -
CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM.....	- 66 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 68 -
COLISIONES O CHOQUES EN UNA DIMENSION.....	- 70 -
COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN “E”	- 71 -
COLISIONES ELÁSTICA E INELÁSTICAS	- 71 -

SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 80 -
COLISIONES ELÁSTICAS E INELÁSTICAS	- 80 -
GRAVITACIÓN	- 83 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 87 -
MECANICA DE FLUIDOS.....	- 89 -
PRESIÓN	- 92 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 96 -
Prensa Hidráulica o Principio de Pascal	- 98 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 100 -
Principio de Arquímedes.....	- 101 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 105 -
“Dilatación de Materiales”	- 106 -
Dilatación superficial o de área.....	- 107 -
Coeficiente de dilatación volumétrica	- 107 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 109 -
“Calor”	- 112 -
Capacidad calorífica (C)	- 113 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 116 -
Cambio de fase.....	- 118 -
SECCION DE EJERCICIOS	- 121 -
“Electricidad”	- 122 -
SECCIÓN DE EJERCICIOS	- 131 -
Bibliografía.....	- 133 -

INTRODUCCIÓN

A continuación se presenta el libro de física de quinto diversificado con el objetivo de dar un apoyo a los estudiantes en fuentes de consulta y a la misma vez material didáctico para el docente.

Los contenidos están altamente relacionados con las bases fundamentales para que el alumno pueda ingresar a cualquier universidad que desee.

Se ha profundizado en los contenidos, los recursos necesarios para dar al alumno un mejor nivel académico ya que los contenidos están desarrollados en forma clara y de fácil comprensión. Los contenidos del libro es continuación del libro de física de cuarto, contenidos fundamentales, tales como dinámica y el desarrollo de las leyes fundamentales de Newton, trabajo y energía, Momentum Lineal y colisiones en una dimensión, Gravitación Universal de Newton, Mecánica de Fluidos y principio de Arquímedes, Temperatura y dilatación, Calor, Electricidad en el desarrollo de la Ley de Coulomb etc.

Estamos seguros de la eficiencia que tendrá este libro y del buen rendimiento académico de los estudiantes. Agradezco a Dios y a fundación Kinal por haberme dado la oportunidad de elaborar este libro que será de beneficio para nuestros estudiantes en su desarrollo profesional.

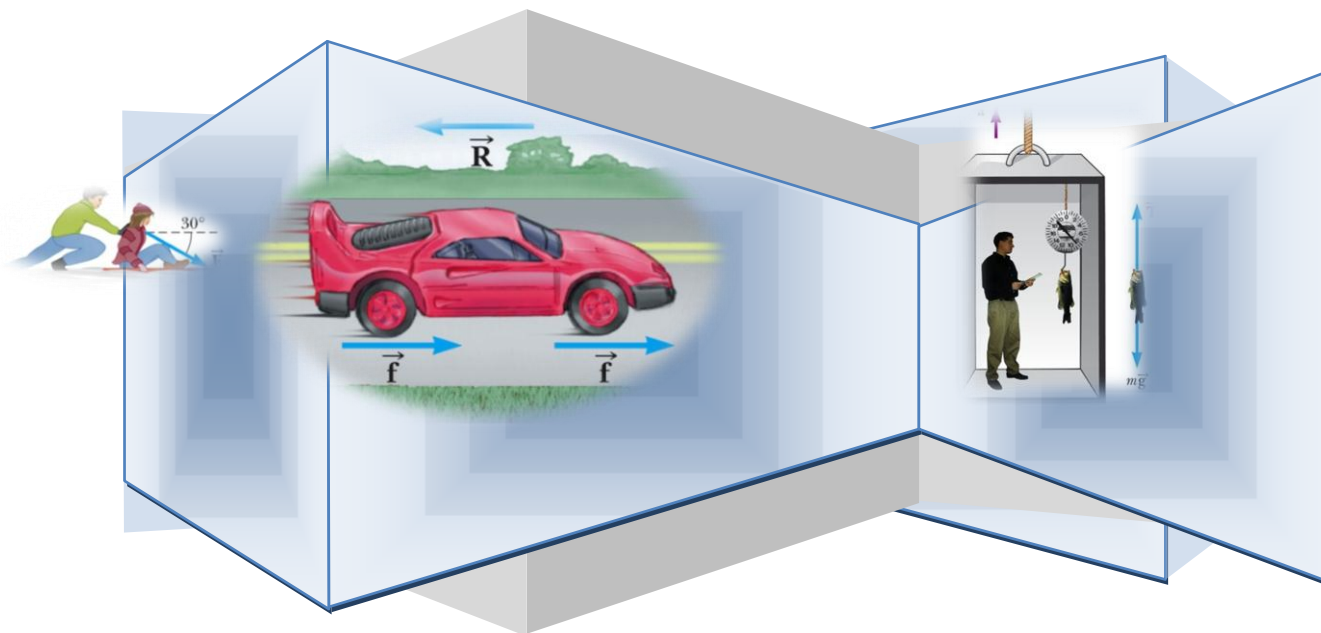
PRIMERA UNIDAD



“LEYES DE NEWTON”

OBJETIVOS

- ✓ Establecer conceptos fundamentales sobre las tres leyes de Newton
- ✓ Aplicaciones de las leyes de Newton
- ✓ Elaborar correctamente diagramas de cuerpo libre para la resolución de problemas aplicando las leyes de Newton.





LEYES DEL MOVIMIENTO O LEYES DE NEWTON

CONCEPTO DE FUERZA

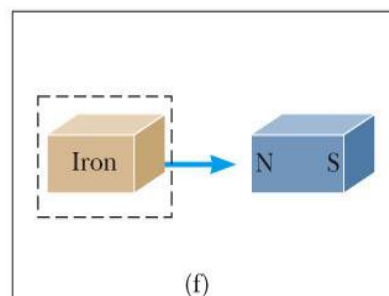
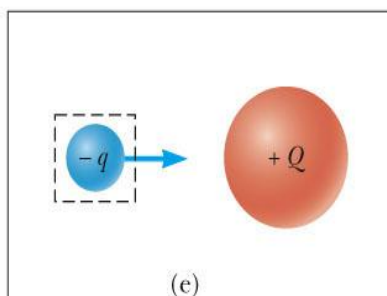
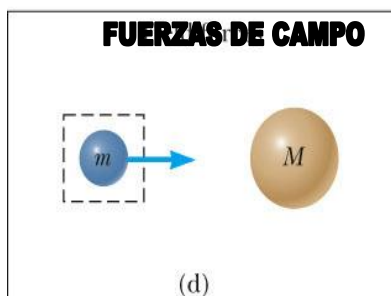
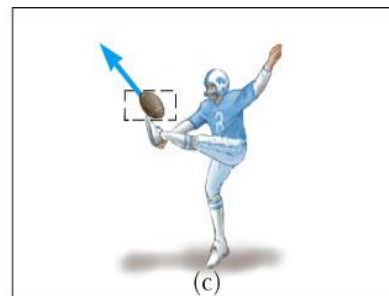
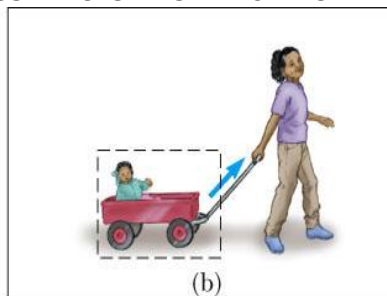
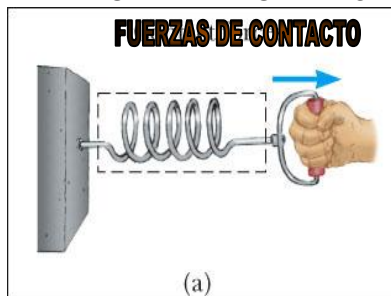
En la vida cotidiana tenemos el concepto de fuerza, cuando se empuja una mesa, un plato de comida o cuando se patear una pelota etc. En estos ejemplos la fuerza se realiza a través de la actividad muscular y con cierto cambio en la velocidad del objeto pero no todas las fuerzas producen movimiento por ejemplo cuando usted está estudiando física sentado en un escritorio, la fuerza de gravedad actúa sobre su cuerpo y permanece sin moverse o también usted puede ejercer fuerza sobre un gran ropero o una máquina de coser y no moverlo. Newton estableció que el cambio en la velocidad de un objeto es causado por las fuerzas pero si un objeto se mueve con velocidad constante o sea uniforme no es necesaria ninguna fuerza para mantener el movimiento. Solo la fuerza puede producir un cambio en la velocidad y se considera como **fuerza todo aquello que ocasiona que un cuerpo se acelere.**

Cuando varias fuerzas actúan sobre un objeto de manera simultánea, el objeto se acelera siempre y cuando la **suma total de las fuerzas también llamada fuerza neta, fuerza resultante o fuerza desequilibrada** sea mayor que cero. Si la fuerza neta ejercida sobre un objeto es cero, entonces la aceleración del objeto es cero y su velocidad permanece constante y se dice que está en equilibrio. **Existen dos tipos de fuerzas; fuerzas de contacto y fuerzas de campo**

Fuerzas de contacto: Se le llama al resultado del contacto físico entre objetos como los ejemplos anteriores.

Fuerzas de campo: resulta cuando no hay contacto físico entre dos objetos si no que a través del vacío, por ejemplo la fuerza de atracción gravitacional, la fuerza que hace que la Luna gire alrededor de la Tierra, nuestro sistema solar unidos al sol por acción de la fuerza gravitacional, la fuerza eléctrica, fuerzas electromagnéticas entre cargas eléctricas, fuerzas nucleares entre partículas subatómicas etc.

DIFERENCIA ENTRE FUERZAS DE CONTACTO Y FUERZAS DE CAMPO





PRIMERA LEY DE NEWTON

En ausencia de fuerzas externas un objeto en reposo permanecerá en reposo y un objeto en movimiento continuará en movimiento a velocidad constante (o sea con rapidez constante en línea recta). Cuando ninguna fuerza actúa sobre un objeto su aceleración es cero, si nada actúa para cambiar el movimiento del objeto su velocidad no cambia entonces la primera ley establece que un cuerpo aislado (cuerpo que no interactúa con su medio) está en reposo o en movimiento a velocidad constante.

La tendencia de un objeto a resistir cualquier intento por cambiar su velocidad se llama **INERCIA**. La primera ley de Newton también se le llama ley de Inercia y define un conjunto especial de marcos inerciales. Un marco de referencia inercial es el que no está acelerado. Esta ley se refiere a solo a objetos que no están acelerados.

Masa y peso

Son dos cantidades diferentes, la masa es una propiedad inherente de un cuerpo y es independiente de los alrededores del cuerpo y del método utilizado para medirla y es una cantidad escalar. El peso es igual a la magnitud de la fuerza gravitacional ejercida sobre un cuerpo y varía con su ubicación.

SEGUNDA LEY DE NEWTON

RECUERDA:

La expresión matemática sobre la segunda ley de Newton

$\sum F = ma$; es vectorial por lo tanto puede funcionar en x o en y:

$$\sum F_x = ma_x$$

$$\sum F_y = ma_y$$

La segunda ley de Newton explica lo que sucede cuando un objeto que tiene una fuerza resultante diferente de cero actuando sobre él. Imagínese que usted empuja una caja en una superficie horizontal sin fricción, cuando se ejerce una fuerza F la caja se mueve con una aceleración a , si duplica la fuerza la aceleración se duplica, si triplica la fuerza la aceleración se triplica y así sucesivamente por lo que se concluye que **la aceleración de un objeto es directamente proporcional a la fuerza resultante que actúa sobre el objeto.**

La aceleración de un objeto depende también de su masa, en el ejemplo anterior en donde la caja es empujada con una fuerza F produciendo una aceleración a ; si se duplica la masa en la misma fuerza aplicada produce una aceleración de $\frac{a}{2}$, luego si en esa

misma fuerza se triplica la masa produce una aceleración de $\frac{a}{3}$ y así sucesivamente por

lo que se establece también que la magnitud de la aceleración un objeto es inversamente proporcional a su masa.

Estas conclusiones resumen **la segunda ley de Newton en: la aceleración de un objeto es directamente**

proporcional a la fuerza neta que actúa sobre él e inversamente proporcional a su masa. $a \propto \frac{F}{m}$

a representa la aceleración, m la masa y F la fuerza neta. Por **fuerza neta** se entiende la **suma vectorial** de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo. Un enunciado matemático sobre la segunda ley de Newton es: $\sum F = ma$.





MEDICIÓN DE LA INTENSIDAD DE LA FUERZA



FUERZA: es todo aquello capaz de deformar un cuerpo o de variar su estado de reposo o de movimiento.

Para medir la intensidad de una fuerza se utiliza el dinamómetro su funcionamiento se basa en la ley de Hooke la cual nos dice que dentro de los límites de elasticidad las deformaciones que sufre un cuerpo son directamente proporcionales a la fuerza que recibe.

El dinamómetro consta de un resorte con un índice y una escala conveniente graduada; la deformación producida en el resorte al colgarle un peso conocido se transforma mediante la lectura del índice en la escala graduada en un valor concreto de la fuerza aplicada.

UNIDAD DE FUERZA

La unidad de fuerza en el Sistema Internacional es el NEWTON (N), define como la fuerza que al actuar sobre una masa de 1kg, produce una aceleración de 1 m/s^2 , a través de la segunda ley de Newton:

$$\begin{aligned} F &= ma \\ F &= \text{slug} * \text{pie} / \text{s}^2 \\ F &= \text{lb} \\ 1\text{lb} &= 1\text{slug} * \text{pie} / \text{s}^2 \end{aligned}$$

En el sistema inglés la unidad de fuerza es la libra y define la fuerza que al actuar sobre una masa de 1 slug, produce una aceleración de 1 pie/s^2 , aproximadamente $1\text{N} = 1/4 \text{ lb}$

$$\begin{aligned} F &= ma \\ F &= \text{slug} * \text{pie} / \text{s}^2 \\ F &= \text{lb} \\ 1\text{lb} &= 1\text{slug} * \text{pie} / \text{s}^2 \end{aligned}$$

La fuerza de gravedad y el peso

Todos los objetos son atraídos hacia la Tierra por la fuerza de gravedad F_g , está dirigida hacia el centro de la Tierra y se llama peso del objeto. Por la segunda ley de Newton $\sum F = ma$ al objeto de masa m y en caída libre la aceleración es la gravedad (g) entonces: $F_g = mg$ fuerza de gravedad o peso de cualquier objeto.

Sistema	Fuerza (F)
Sistema SUEU:	$F(\text{lb}) = m(\text{slugs}) a(\text{ft/s}^2)$
Sistema SI:	$F(\text{N}) = m(\text{kg}) a(\text{m/s}^2)$

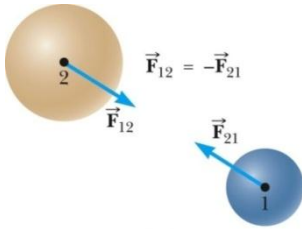
Algunos factores de conversión

$$\begin{aligned} 1 \text{ N} &= 0.225 \text{ lb} \\ 1 \text{ lb} &= 4.45 \text{ N} \end{aligned}$$

$$1\text{slug} = 1 \frac{\text{lb}}{\text{ft/s}^2}$$



TERCERA LEY DE NEWTON O DE ACCIÓN Y REACCIÓN



RECUERDA

En la figura se observa que las fuerzas son iguales pero con signo diferente, la fuerza que le hace la bola 1 a la 2 (F_{12}) es igual a la fuerza que le hace la bola 2 a la 1 (F_{21}) pero con signo distinto:

$$(F_{12}) = -(F_{21})$$

“Siempre que una partícula ejerza una fuerza (acción) sobre otra partícula, ésta segunda responderá simultáneamente con otra fuerza (reacción) igual en módulo o tamaño y dirección (a un mismo ángulo) pero sentido opuesto a la primera.”

Las fuerzas proceden de una interacción y siempre aparecen de dos en dos. Se aplica cada una en uno de los cuerpos que interactúan, (sí se aplicaran las dos en el mismo cuerpo producirían reposo).

Para obtener equilibrio se requiere dos o más interacciones sobre un cuerpo para que las fuerzas originadas se anulen.

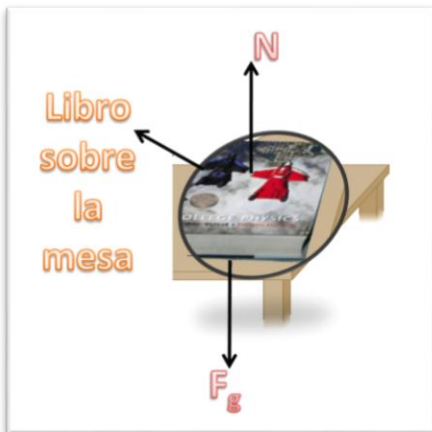
Sólo se cumple la tercera Ley si el **tiempo de interacción es suficientemente largo** para que se establezca la respuesta a la acción.

Por ejemplo la fuerza que se ejerce en un martillo sobre un clavo (la fuerza de acción) es igual en magnitud y opuesta en dirección a la fuerza ejercida por el clavo sobre el martillo (fuerza de reacción). Vea también en la imagen la fuerza que ejerce el bote sobre el agua son iguales pero en sentido opuesto.





FUERZA NORMAL (N)



La fuerza de gravedad se define como la fuerza atractiva que la Tierra ejerce sobre cualquier objeto, si el objeto es una televisión en reposo sobre una mesa, como se observa en la figura de lado izquierdo y nos preguntamos ¿Por qué la televisión no se acelera en dirección a la fuerza de gravedad? La televisión no se acelera debido a que se sostiene sobre la mesa. Lo que ocurre es que la mesa ejerce una fuerza de acción hacia arriba y se **le conoce como fuerza normal (N)** y es la que evita que la televisión

caiga a través de la mesa y puede tener cualquier valor necesario para equilibrar la fuerza hacia abajo (fuerza gravitatoria) hasta un punto de rompimiento de la mesa, si alguien coloca libros sobre la televisión, la fuerza normal ejercida por la mesa sobre la televisión, la fuerza normal ejercida por la televisión aumenta y si alguien lo levanta la fuerza normal ejercida por la

mesa disminuye. **Siempre ocurre entre dos objetos cuando accionan y reaccionan entre sí.**

IMPORTANTE ¡

Las condiciones de equilibrio

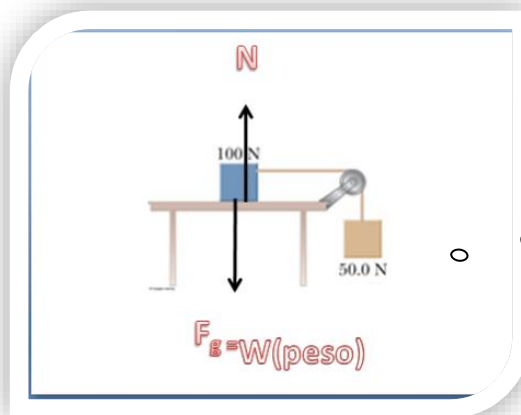
establecen que:

- ✓ La sumatoria de todas las fuerzas en el eje x debe ser igual a cero

$$\sum F_x = 0$$

- ✓ Sumatorias de todas las fuerzas en y debe ser igual a cero.

$$\sum F_y = 0$$



EN ESTE
BLOQUE NO
EXISTE

APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

Al aplicar las leyes de Newton a un cuerpo, solo se está interesado en aquellas fuerzas externas que actúan sobre un cuerpo:

EQUILIBRIO: Cuando la suma total de todas las fuerzas externas es igual a cero (la aceleración es igual a cero).

Para resolver problemas de equilibrio de los cuerpos es importante aislarlos unos de otros, ello permite hacer un análisis de las fuerzas conocidas que actúan sobre un cuerpo, así como las que se desconocen y se desea calcular. Cuando se aísla un cuerpo sobre él aparecen únicamente las fuerzas externas que soporta, las cuales son ocasionadas por tener contacto con otros cuerpos o por atracción gravitacional. Este procedimiento gráfico para aislar un cuerpo recibe el nombre de **Diagrama de cuerpo libre**.

Los pasos a seguir para hacer un diagrama de cuerpo libre son:

- Hacer un dibujo que represente claramente el problema que se desea resolver (sólo si no se proporciona la figura; si aparece, siga con el paso b).
- Construya un diagrama de cuerpo libre sustituyendo por medio de fuerzas todo aquel efecto que recibe el cuerpo, provocado por su contacto con otros cuerpos o por la fuerza gravitacional y que originen que se encuentren en equilibrio. Indique la magnitud, dirección y sentido de las fuerzas conocidas. Use símbolos para señalar las cantidades que se desconocen.



- c) Haga un sistema de referencia utilizando ejes rectangulares y coloque al cuerpo en equilibrio en el origen del sistema de coordenadas.
- d) **Aplique las condiciones de equilibrio** que necesite para encontrar las respuestas a las incógnitas buscadas. Dichas ecuaciones son: $\Sigma F_x=0$, $\Sigma F_y=0$ (para este capítulo solo fuerzas en dos dimensiones).

Esquema

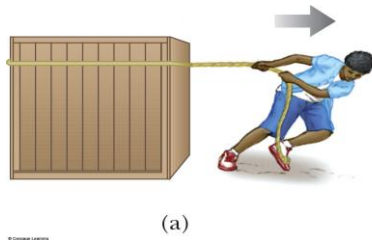
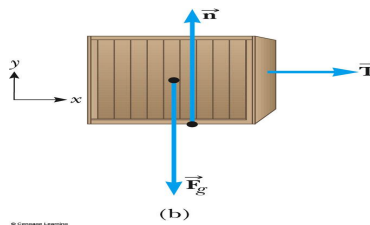


Diagrama de cuerpo libre



Una caja jalada hacia la derecha sobre una superficie sin fricción y luego el diagrama de cuerpo libre donde se representan las fuerzas externas que actúan sobre la caja.

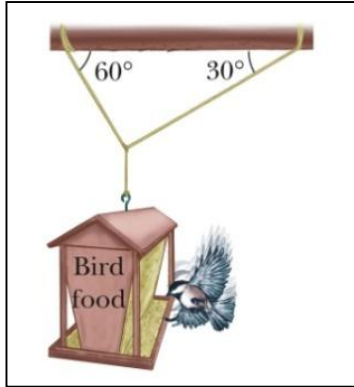
T: representa la magnitud de la fuerza realizada en la cuerda y se le llama tensión y puede ser representada por cuerdas, cables, lasos etc. Despreciando así la masa de la cuerda ya que es muy pequeña.



Ejemplos resueltos de sistemas en equilibrio

Ejemplo 1: encuentre las tensiones de los cables que sostiene la siguiente jaula de pájaros de 2kg.

Solución: la base para resolver problemas de sistemas en equilibrio es elaborar correctamente el diagrama de cuerpo libre para ello nos concentramos en las fuerzas externas que actúan sobre la jaula, nuestro de partida será la jaula y el punto donde accionan y reaccionan las fuerzas:



Si el peso acciona hacia abajo la tensión C acciona hacia arriba y las otras tensiones A y B también lo hacen hacia arriba con los ángulos respectivos:

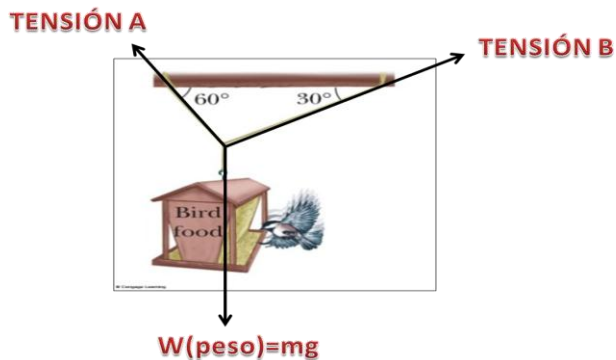




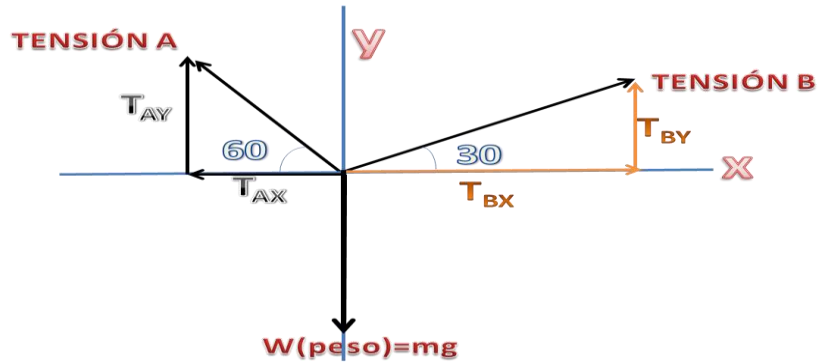
Diagrama de cuerpo libre:

TAY=tensión A en y

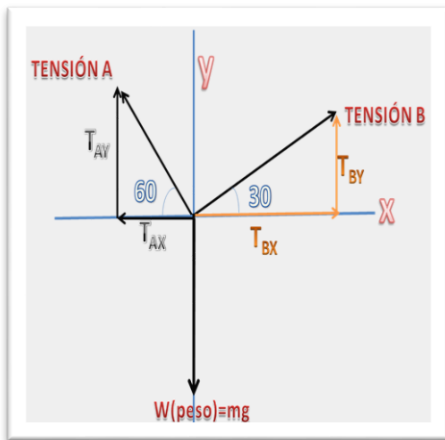
TAX=tensión A en x

TBY=tensión B en y

TBX=tensión B en x



Aplicando las condiciones de equilibrio



$$\sum F_x = 0$$

$$TB_x - TA_x = 0$$

Por trigonometría

$$TB_x = TB \cos 30^\circ$$

$$TA_x = TA \cos 60^\circ$$

$$TB \cos 30^\circ - TA \cos 60^\circ = 0$$

DESPEJANDOTB

$$TB = \frac{TA \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$TB_y + TA_y - w = 0$$

Por trigonometría

$$TB_y = TB \sin 30^\circ$$

$$TA_y = TA \sin 60^\circ$$

$$TB \sin 30^\circ + TA \sin 60^\circ - w = 0$$

DESPEJANDOTB

$$TB = \frac{w - TA \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}$$



Igualando ecuaciones

$$\frac{TA \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{w - TA \sin 60^\circ}{\sin 30^\circ}$$

$$\sin 30^\circ \left(\frac{TA \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} \right) = w - TA \sin 60^\circ$$

$$\tan 30^\circ TA \cos 60^\circ + TA \sin 60^\circ = w$$

$$TA(\tan 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ) = w$$

$$TA = \frac{w}{(\tan 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ)}$$

$$w = mg$$

$$w = (2kg)(9.8m/s^2) = 19.6N$$

$$TA = \frac{w}{(\tan 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ)}$$

$$TA = \frac{19.6N}{(\tan 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ)}$$

$$TA = 16.97N$$

$$TB = TA \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} \Rightarrow TB = (16.97N) \frac{\cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} \Rightarrow TB = 9.79N$$

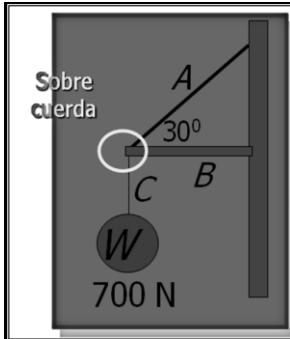
TENSION EN C = w \Rightarrow 19.6N



Ejemplo 2. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para el arreglo que se muestra a la izquierda. El asta es ligera y de peso despreciable.

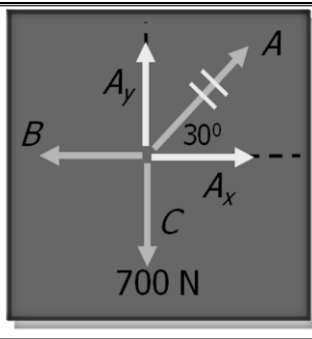
Solución

Figura



Cuidado:
El asta sólo puede empujar o jalar pues no tiene peso.

Diagrama de cuerpo libre



Se aísla la cuerda en el extremo del boom. ¡Todas las fuerzas deben actuar **SOBRE** la cuerda!

La fuerza **B** es la fuerza ejercida **sobre** la cuerda **por** el asta. No la confunda con la fuerza de reacción ejercida **por** la cuerda **sobre** el asta.

Ejemplo 3. Encuentre las tensiones en las cuerdas **A** y **B** para el arreglo que se muestra.

Solución: indicando correctamente el sentido de las fuerzas y sus componentes por medio de flechas esto es muy importante en el diagrama de cuerpo libre y en la aplicación de la condición de equilibrio.

Figura

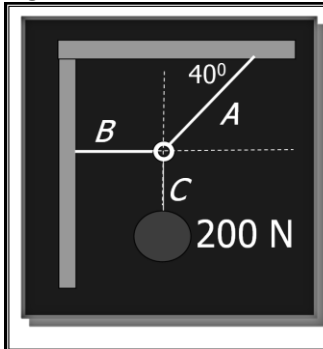
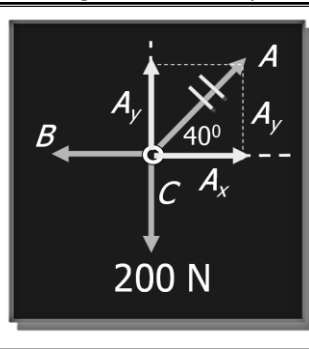
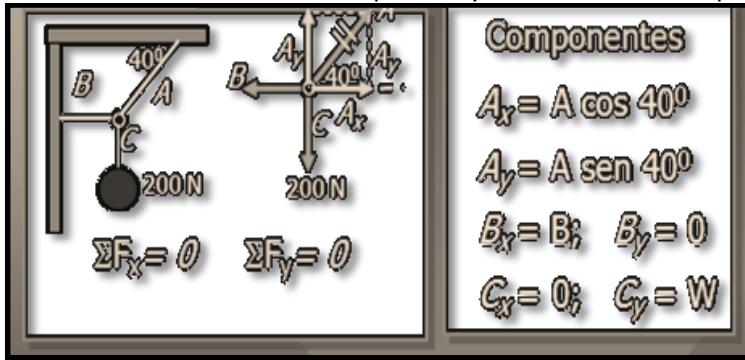


Diagrama de cuerpo libre





Utilizando las condiciones de equilibrio y analizando las componentes de las tensiones



$$\sum F_x = A \cos 40^\circ - B = 0; \quad \text{o } B = A \cos 40^\circ$$

$$\sum F_y = A \operatorname{sen} 40^\circ - 200 \text{ N} = 0; \quad \text{o } A \operatorname{sen} 40^\circ = 200 \text{ N}$$

Obtenemos Dos ecuaciones con dos incógnitas

$$A \operatorname{sen} 40^\circ = 200 \text{ N} \quad \text{y} \quad B = A \cos 40^\circ$$

Despejando A en la ecuación: $A \operatorname{sen} 40^\circ = 200 \text{ N}$

$$A = \frac{200 \text{ N}}{\operatorname{sen} 40^\circ}$$

Despejando A de la ecuación: $B = A \cos 40^\circ$

$$A = \frac{B}{\cos 40^\circ}$$

Igualando las ecuaciones $A = \frac{200 \text{ N}}{\operatorname{sen} 40^\circ}$ y $A = \frac{B}{\cos 40^\circ}$

$$\frac{200 \text{ N}}{\operatorname{sen} 40^\circ} = \frac{B}{\cos 40^\circ}$$

Despejando B

$$200 \text{ N} = \frac{B}{\cos 40^\circ} (\operatorname{sen} 40^\circ) \Rightarrow \text{Identidad trigonométrica} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta}$$

$$200 \text{ N} = B \tan 40^\circ$$

Por lo tanto:

$$\frac{200 \text{ N}}{\tan 40^\circ} = B$$

$B = 238 \text{ N}$ y para la tensión A:

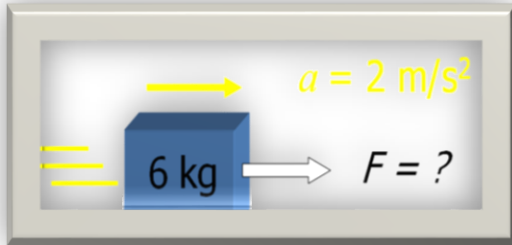
$$A = \frac{B}{\cos 40^\circ} = \frac{238 \text{ N}}{\cos 40^\circ} = 311 \text{ N}$$



SISTEMA DESEQUILIBRADO

Cuando la suma total de todas las fuerzas externas es igual al producto de la masa por su aceleración (existe aceleración), se basa en la **aplicación de la segunda ley de Newton** $\sum F = ma$

Ejemplo 1: ¿Qué fuerza resultante F se requiere para dar a un bloque de 6 kg una aceleración de 2 m/s^2 ?



Solución: nos dan la aceleración y la masa la fuerza resultante debe ser siempre en la misma dirección de la aceleración por lo tanto $\sum F = ma$

Donde $\sum F$ es la fuerza resultante F , resulta entonces $F = ma$

$$F = ma = (6 \text{ kg})(2 \text{ m/s}^2)$$

$$F = 12 \text{ N}$$

Respuesta:

La fuerza resultante que se requiere para dar a un bloque de 6 kg de masa una aceleración de 2 m/s^2 es de 12N

Ejemplo 2: Una pelota de tenis de 54 gramos está en contacto con la raqueta durante una distancia de 40 cm cuando sale con una velocidad de 48 m/s. ¿Cuál es la fuerza promedio sobre la pelota?

La fuerza promedio es equivalente a decir $\sum F$ por lo tanto $\sum F = ma \rightarrow \bar{F}(\text{fuerza promedio}) = ma$

Tenemos la masa pero no la aceleración así que encontramos la aceleración de la ecuación cinemática

$$2ax = v_f^2 - v_0^2 \quad \text{ya que tenemos la distancia, donde la velocidad inicial es cero, convirtiéndose así la ecuación}$$

$$2ax = v_f^2 \quad \text{y despejando a: } a = \frac{v_f^2}{2x}$$

Ahora solo necesitamos convertir la distancia y la masa al sistema internacional

$$54\cancel{\text{gramos}} * \frac{1\text{kg}}{1000\cancel{\text{gramos}}} = 0.054\text{kg}$$

$$40\cancel{\text{cm}} * \frac{1\text{m}}{100\cancel{\text{cm}}} = 0.4\text{m}$$

$$\text{La aceleración del sistema es: } a = \frac{v_f^2}{2x} \Rightarrow a = \frac{(48\text{m/s})^2}{2(0.4\text{m})} = 2880\text{m/s}^2$$

$$\text{Y la fuerza promedio } \sum F = ma \rightarrow \bar{F}(\text{fuerza promedio}) = ma$$

$$\bar{F} = ma \rightarrow \bar{F} = (0.054\text{kg})(2880\text{m/s}^2) = 155.52\text{N}$$

PRIMERA UNIDAD



Ejemplo 3: Una calesa y su conductor tienen una masa de 120 kg. ¿Qué fuerza F se requiere para dar una aceleración de 6 m/s^2 sin fricción?

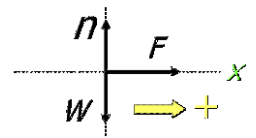
Solución: aplicaremos la el concepto de la segunda ley de Newton, como vemos la masa del los dos es de 120kg. En el eje y, la normal y el peso no están en movimiento y no actúan en la dirección de la fuerza

$$\text{Por lo tanto; } \sum F_x = ma_x \rightarrow F_x = m(\text{total})a_x$$

$$F = (120\text{Kg})(6\text{m/s}^2) = 720\text{N}$$



Diagrama de cuerpo libre



Ejemplo 4: Encuentre la tensión en la cuerda de conexión si no hay fricción sobre las superficies.

Esquema

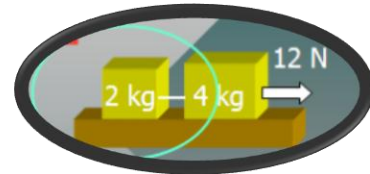


Solución: las dos masas van en sentido a la aceleración y la fuerza resultante es de 12N, por lo tanto:

$$\sum F_x = 12\text{N} \rightarrow \sum F_x = m(\text{total})a_x$$

$$12\text{N} = m(\text{total})a_x \text{ Encontramos primero la aceleración,}$$

$$12\text{N} = (2\text{kg} + 4\text{kg})a_x \Rightarrow a = \frac{12\text{N}}{(2\text{kg} + 4\text{kg})} \Rightarrow a = 2\text{m/s}^2$$



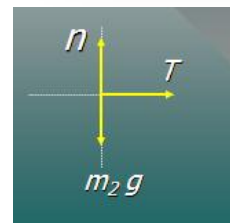
Ahora nos enfocamos en la masa de 2kg.

Y realizamos su diagrama de cuerpo libre:

$$\sum F_x = m_2 a_x \rightarrow \sum F_x \rightarrow T$$

$$T = m_2 a_x \rightarrow T = (2\text{kg})(2\text{m/s}^2)$$

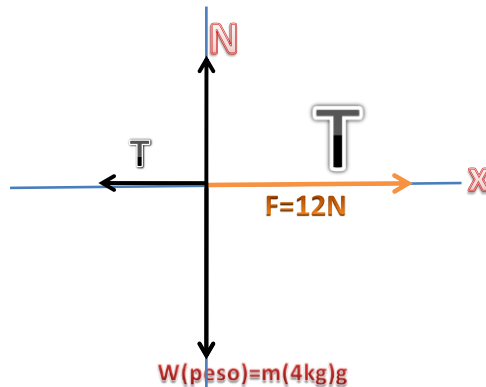
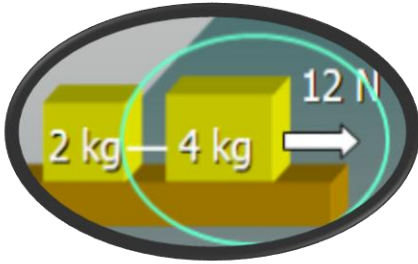
$$T = 4\text{N}$$





De la misma forma se hubiera resuelto si nos hubiéramos enfocado en la masa de 4kg.

Diagrama de cuerpo libre



$$-T + F = ma_x$$

$$-T + 12N = (4kg)(2m/s^2) \rightarrow 12N - 8N = T$$

$$T = 4N$$

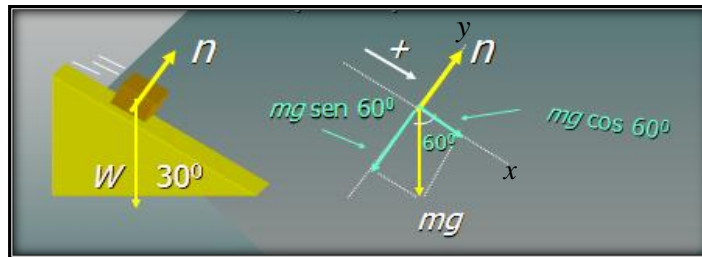
¡¡¡IMPORTANTE!!!

¡En Física, el uso de la segunda ley de Newton y muchas otras aplicaciones hace absolutamente necesario distinguir entre masa y peso. ¡Use las unidades correctas!

Ejemplo 5: En ausencia de fricción, ¿cuál es la aceleración por el plano inclinado de 30°?

Figura

Diagrama de cuerpo libre



Solución: ya que no existe fricción, en el diagrama de cuerpo libre la aceleración se da en el eje x, el ángulo del plano inclinado se coloca siempre en el eje y y si queremos usar el ángulo en el eje x tendríamos lo que le falte para 90° como en este ejemplo que es de 60°

$mg \cos 60^\circ$; es la componente del peso en x con respecto al ángulo de 60° por trigonometría.

$mg \sin 60^\circ$; es la componente del peso en y con respecto al ángulo de 60° por trigonometría.

La aceleración se da en el eje x y la única fuerza que ejerce en sentido a la aceleración es el peso en x con respecto al ángulo de 60°



por lo tanto $\sum F_x = \text{peso en } x$ y como $\sum F_x = ma_x$

Obtenemos que $\text{peso en } x = ma_x$ de manera que $\cancel{mg} \cos 60^\circ = \cancel{m}a_x$ y despejando a: $\rightarrow g \cos 60^\circ = a_x$
 $a_x = 4.9 \text{ m/s}^2$

Ejemplo 6: Encuentre la aceleración del sistema y la tensión en la cuerda para el arreglo que se muestra asumiendo que no existe fricción.

FIGURA

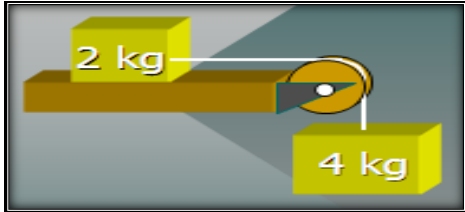
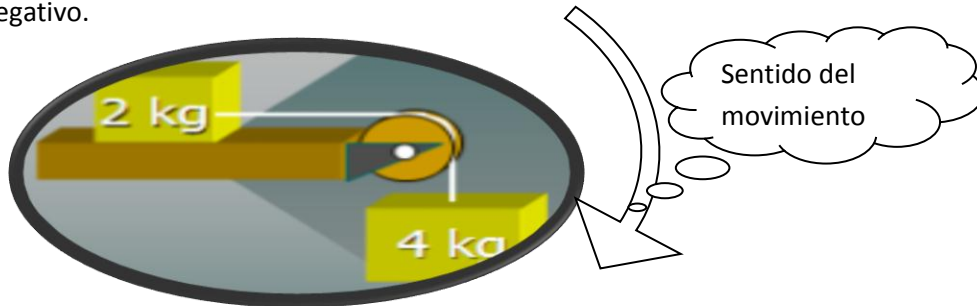
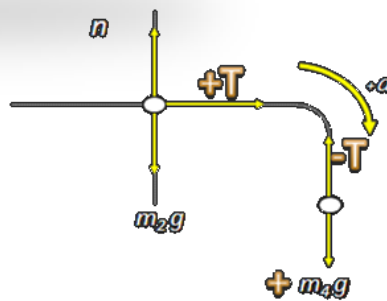


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE

Solución: antes de elaborar el diagrama de cuerpo libre aligeremos el sentido del movimiento y lo asumiremos que la masa de 4 kg. Jala a la de 2kg. Por lo tanto todo lo que se dirija en sentido del movimiento será positivo y lo que se oponga será negativo.



Diagramas de cuerpo libre en base a la aceleración



Como vemos en el diagrama de cuerpo libre, elegimos que a es $+$ ya que es hacia la derecha. Marcamos con signos positivo a las fuerzas que van a favor del movimiento y signo negativo a los que se oponen, a los que no se les coloco signo significa que no ejercen movimiento.



Aplicamos la segunda ley de newton para ambos sistemas siendo así

$\sum F$ = todas las fuerzas en sentido a la aceleración y en contra

$$\sum F = m(\text{total})a \Rightarrow \sum F = (m_2 + m_4)a$$

$+T - T + m_4g = (m_2 + m_4)a$ y despejando a:

$$\frac{m_4g}{(m_2 + m_4)} = a \Rightarrow a = \frac{(4kg)(9.8m/s^2)}{(2kg + 4kg)}$$

$a = 6.53m/s^2$, la aceleración quedo positiva lo cual es correcta, si hubiese quedado negativa solo significaría que elegimos mal el sentido de la aceleración y solo tendríamos que cambiarla a positiva.

Y ahora para encontrar la tensión lo podemos hacer en cualquier diagrama de cuerpo libre ya sea con la masa de 2 o de 4kg.

Elegimos la de dos kilogramos siempre con el sentido de la aceleración elegido.

Diagrama de cuerpo libre

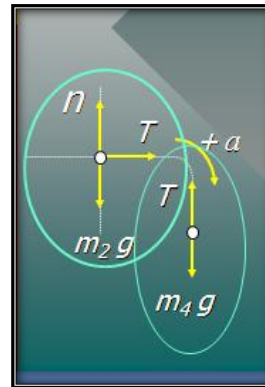
Como elegimos la masa de dos kilogramos:

$$\sum F = m_2a \text{ Siendo } \sum F = T$$

Ya que la Tensión es la única fuerza a favor del movimiento por tanto:

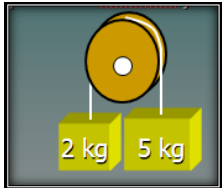
$$T = m_2a \rightarrow T = (2kg)(6.53m/s^2)$$

$$T = 13.06N$$



Ejemplo 7. Encuentre la aceleración del sistema que se muestra abajo.

FIGURA



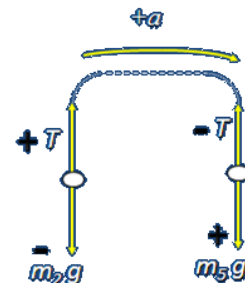
SOLUCION: Elaboramos el diagrama de cuerpo libre asumiendo el sentido hacia la derecha.

Como en el ejemplo anterior Marcamos con signos más a las fuerzas que van a favor del movimiento y menos a los que se oponen y solucionando el sistema;

$$\sum F = (m_2 + m_5)a$$

$$+T - T - m_2g + m_5g = (m_2 + m_5)a$$

$$-m_2g + m_5g = (m_2 + m_5)a$$





Despejando la aceleración a

$$\frac{-m_2g + m_5g}{(m_2 + m_5)} = a \Rightarrow a = \frac{m_5g - m_2g}{(m_2 + m_5)} \Rightarrow a = \frac{g(m_5 - m_2)}{(m_2 + m_5)}$$

$$a = \frac{9.8m/s^2[(5kg) - (2kg)]}{7kg} \rightarrow$$

$$a = 4.2m/s^2$$

Ejemplo 8. Una caja de 20kg es jalada por una cuerda con una fuerza de 80N a 40° sobre la horizontal sin fricción, calcule la aceleración del que experimenta la caja en dirección al suelo. Como se muestra la figura.

Figura

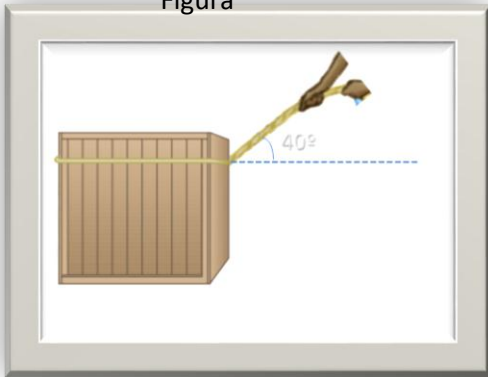
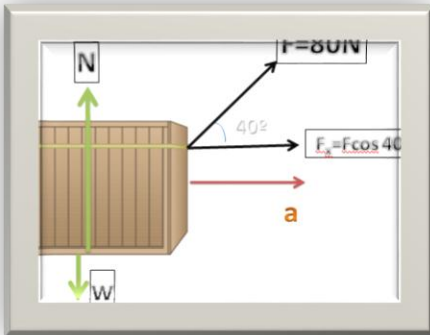


Diagrama de cuerpo libre



Solución: la aceleración se da en x horizontalmente y la fuerza que se ejerce horizontalmente no es la de 80N si su componente en x con respecto al ángulo de 40° . todas la fuerzas en y se anulan ya que la caja se mueve con respecto al suelo.

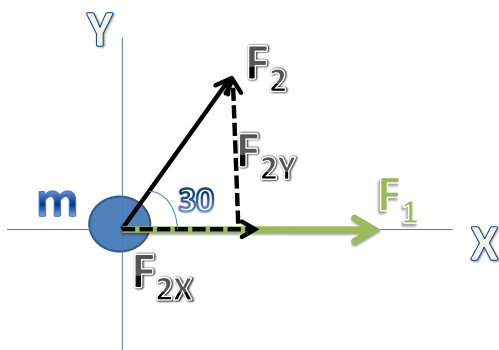
Por lo tanto: $\sum F_x = ma_x \rightarrow \sum F_x = F \cos 40^\circ \rightarrow F \cos 40^\circ = ma_x$

Despejando a: $a_x = \frac{F \cos 40^\circ}{m} = \frac{(80N)(\cos 40^\circ)}{20kg} = 3.06m/s^2$

Ejemplo 9: Sobre un cuerpo de 5kg de masa actúan dos fuerzas. $F_1 = 15N$ en una dirección horizontal hacia la derecha y $F_2 = 20N$ formando un ángulo de 30° con respecto a F_1 . Calcule la aceleración que experimenta la masa y su velocidad después de 3 segundos de haber iniciado el movimiento.



DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE



Solución: para hallar la aceleración del sistema solo nos interesa aquellas fuerzas en x y las fuerzas en y para hallar la fuerza resultante del sistema, el problema no indica que la masa está en contacto con el suelo por lo tanto no existe fuerza normal. Lo que indica que la masa de 5kg se moverá en sentido y dirección a la fuerza resultante.

Tenemos entonces: $\sum F = ma \rightarrow \sum F = F_R$

F_R = fuerza resultante

$$F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$$

Como tenemos dos fuerzas, necesitamos encontrar la componente en x de las fuerzas 1 y 2.

$$F_{2x} = F_2 \cos 30^\circ = (20N) \cos 30^\circ = 17.32N$$

$$F_{1x} = F_1 = 15N$$

Sumatorias de fuerzas en x:

$$\sum F_x = 17.32N + 15N = 32.32N$$

Necesitamos encontrar también la componente de las fuerzas en y de las fuerzas 2 y 1:

$$F_{2y} = F_2 \sin 30^\circ = (20N) \sin 30^\circ = 10N$$

$$F_{1y} = F_1 \sin 0^\circ = (15N) \sin 0^\circ = 0N$$

Sumatorias de fuerzas en y:

$$\sum F_y = 10N + 0N = 10N$$

Aplicando: $F_R = \sqrt{(\sum F_x)^2 + (\sum F_y)^2}$

$$F_R = \sqrt{(32.32N)^2 + (10N)^2} = 33.83N$$

Por lo tanto: $\sum F = ma \rightarrow \sum F = F_R \Rightarrow F_R = ma$

Despejando a y resolviendo: $a = \frac{F_R}{m} = \frac{33.83N}{5kg} = 6.77m/s^2$

Para calcular la velocidad partiendo del reposo con velocidad inicial cero tenemos:

$$v_f = v_o + at = v_f = at \Rightarrow v_f = (6.77m/s^2)(3s) = 20.3m/s$$



FRICCIÓN

Es la fuerza que se opone al movimiento de un objeto cuando está en contacto con otro objeto.

Existen dos tipos de fuerzas de fricción: la fricción estática y fricción cinética

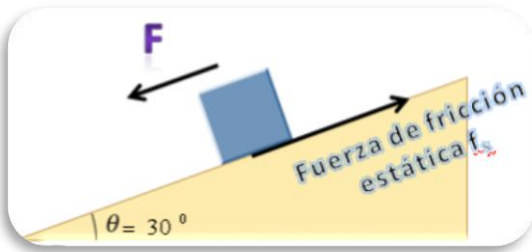
La fuerza de fricción estática (f_s) y fricción cinética (f_k)

Es la fuerza que impide que un objeto se mueva, esta fuerza también actúa en sentido contrario a la fuerza que quiere provocar el movimiento por ejemplo; el bloque sobre el plano inclinado esta en reposo y la fuerza que impide que se deslice hacia abajo es la fuerza de fricción estática llegara un punto en donde se mueva si aumentamos el ángulo de inclinación cuando llega a ese punto deja de ser fricción estática y pasa a ser fricción cinética cuando ya empieza el movimiento.

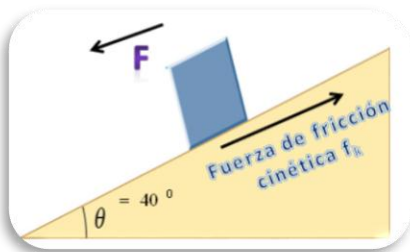
Ejemplo en la figura de la podadora, Hasta que inicia el movimiento, todas las fuerzas sobre la podadora están en balanceadas. La fricción sobre los cojinetes de las ruedas y en el suelo se oponen al movimiento lateral.



En la figura del bloque sobre el plano inclinado la; Fuerza fricción (f_s) cuando no está en movimiento



Fuerza de fricción cinética (f_k) cuando se aumenta el ángulo y llegan un punto donde se empieza a mover a partir de ahí es fricción cinética.



La fuerza de fricción se da cuando hay contacto entre dos objetos, el roce entre ambos objetos se le llama coeficiente de fricción y puede ser estático o cinético dependiendo que tipo de fricción exista.

El coeficiente de ficción puede ser cinético o estático, el coeficiente de fricción estático es:

El cociente entre la fuerza de fricción dividida entre la fuerza normal: $\mu_s = \frac{f_s}{N}$

Donde

N: es la fuerza normal

f_s : Es la fricción estática

μ_s es el coeficiente de fricción estática



Si la fricción es cinética el coeficiente de fricción cinética sería: $\mu_k = \frac{f_k}{N}$

Donde

N: es la fuerza normal

f_k : Es la fricción estática

μ_k : es el coeficiente de fricción estática

DE ESTAS DOS DEFINICIONES CONCLUIMOS QUE:

$$f_k = \mu_k N \quad : \text{FRICCIÓN CINÉTICA}$$

$$f_s = \mu_s N \quad : \text{FRICCIÓN ESTÁTICA}$$

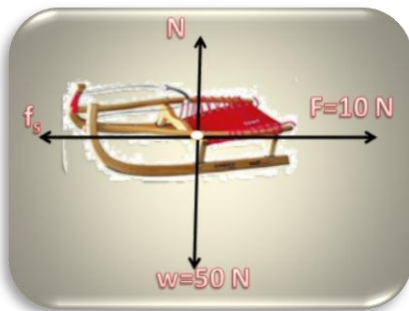
Ejemplo 1: Un trineo de 50N descansa sobre una superficie horizontal y se requiere de un tirón horizontal de 10N para lograr que empiece a moverse. Después de que comienza movimiento basta una fuerza de 5N para que el trineo siga moviéndose con una velocidad constante. Encuentre los coeficientes de fricción estática y cinética.



Solución:

Como se trata primero cuando existe una fuerza de fricción estática y una fricción cinética:

Entonces elaboramos un diagrama de cuerpo libre en el caso de la fricción estática:





Cuando existe fricción estática el trineo no se mueve por lo tanto:

$$\sum F = 0$$

$$-f_s + F = 0$$

$$f_s = F$$

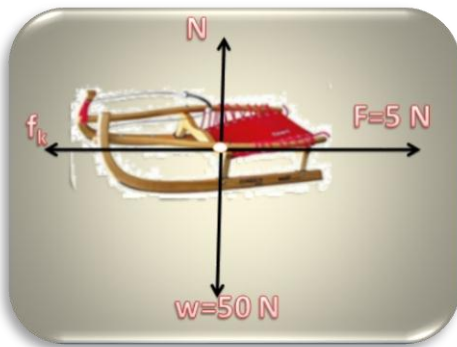
$$f_s = \mu_s N = F$$

$$\mu_s = \frac{F}{N} = \frac{F}{w}$$

$$\mu_s = \frac{10N}{50N}$$

$$\mu_s = 0.2$$

Diagrama de cuerpo libre para la fricción cinética.



Como la velocidad permanece constante entonces la aceleración es cero.

$$\sum F = 0$$

$$-f_k + F = 0$$

$$f_k = F$$

$$f_k = \mu_k N = F$$

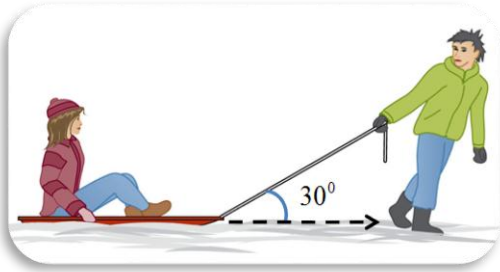
$$\mu_k = \frac{F}{N} = \frac{F}{w}$$

$$\mu_k = \frac{5N}{50N}$$

$$\mu_k = 0.1$$



Ejemplo 2: Encuentre la aceleración que experimenta la señorita mostrada en la figura si existe un coeficiente de fricción cinética de 0.22 y sabiendo que la señorita y el trineo suman una masa total de 75kg y la fuerza realizada en la cuerda por el hombre es de 250N formando un ángulo de 30° sobre la horizontal.



En este ejemplo la fuerza que actúa en dirección a la aceleración es la fuerza en x de la tensión y la que se le opone es la fricción por lo tanto:

$$\sum F_x = m(\text{mujer} - \text{trineo})a \Rightarrow T - f_k = ma$$

$T - f_k = ma$, encontramos la fricción primero :

$f_k = \mu_k N \Rightarrow$ la normal es igual en magnitud al peso de la (mujer y del trineo) menos la fuerza en y de la tensión

$$f_k = \mu_k (w_{\text{mujer-trineo}} - T_y) \Rightarrow f_k = \mu_k (mg - T \sin \theta)$$

$$\Rightarrow f_k = (0.22)(75\text{kg} \cdot 9.8\text{m/s}^2 - 250\text{N} \sin 30^\circ)$$

$$f_k = 134.2\text{N}$$

ahora encontremos la fuerza en x, y por trigonometría :

$$T_x = T \cos \theta = F_x$$

$$F_x = (250\text{N}) \cos 30^\circ = 216.51\text{N}$$

Aplicando la ecuación :

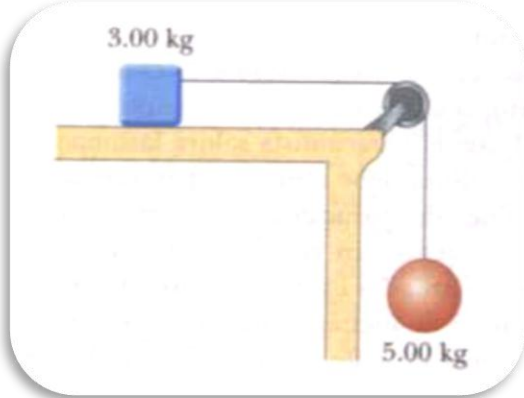
$$\sum F_x = ma \Rightarrow F_x - f_k = ma$$

Despejando a :

$$a = \frac{F_x - f_k}{m(\text{mujer} - \text{trineo})} = \frac{216.51\text{N} - 134.2\text{N}}{75\text{kg}} = \frac{82.31\text{N}}{75\text{kg}} = 1.09\text{m/s}^2$$



Ejemplo 3: Encuentre la aceleración y la tensión del sistema mostrada en la figura sabiendo que existe con coeficiente de fricción cinética de 0.15

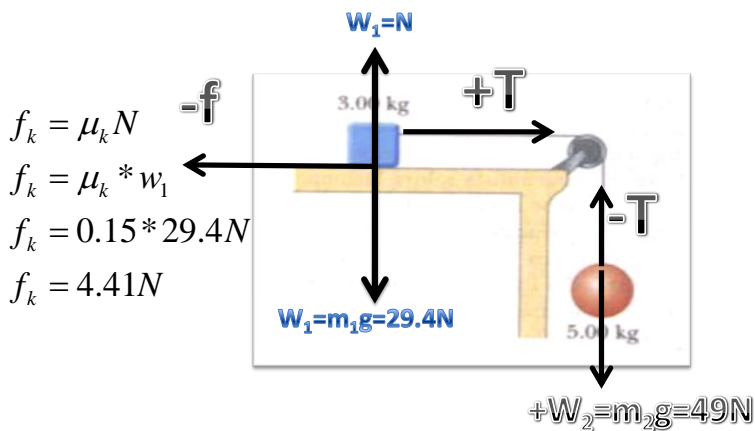


La dirección del movimiento lo indicara la esfera de 5kg ya que su peso es mayor que la de 3kg, además el peso de la de 3 kg se anula con la normal así que su única oposición a que no sea jalada es la fricción.

Aplicando la Segunda ley de Newton $\sum F = (m_1 + m_2)a$

Lo conveniente para no hacer tantas sustituciones es encontrar todos los datos que se puedan encontrar:

La tensión es la misma por lo tanto se anulan en todo el sistema, el peso dos es la que ocasiona que se mueva el sistema y la única oposición al movimiento es la fricción y negativa ya que le resta movimiento.



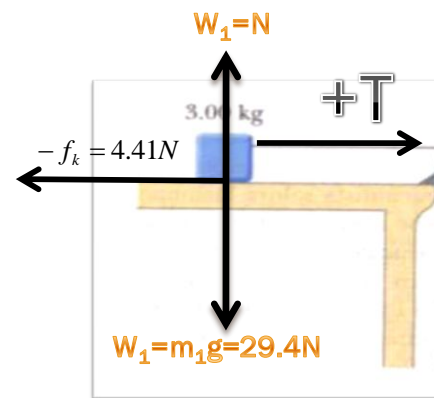
$$\sum F = (m_1 + m_2)a$$

$$w_2 - f = (m_1 + m_2)a$$

despejando la aceleración :

$$a = \frac{w_2 - f_k}{(m_1 + m_2)} \Rightarrow a = \frac{49N - 4.41N}{(8kg)} = \frac{44.59N}{8kg} = 5.57m/s^2$$

Ahora encontramos la tensión en cualquiera de las dos masas ya que la tensión es la misma la encontraremos primero en la primera masa y luego en la segunda para comprobar que da el mismo resultado.





La aceleración se da sobre el eje x en esta masa por lo tanto:

$$\sum F_x = (m_1)a$$

$$T - f_k = (m_1)$$

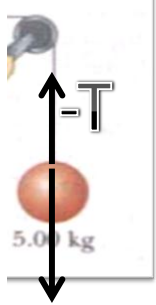
despejando la tensión :

$$T = m_1 a + f_k$$

$$T = 3kg(5.57m/s^2) + 4.41N$$

$$T = 21.1N$$

Ahora lo encontraremos en la masa de 5kg. Aquí ya la aceleración cambio de sentido y se dan en el eje y por lo tanto:



$$\sum F_y = m_2 a$$

$$-T + w_2 = m_2 a$$

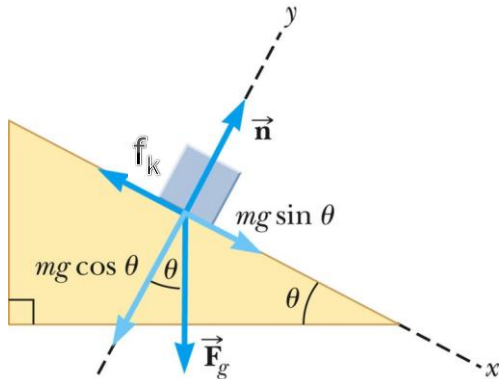
despejando la tensión :

$$T = w_2 - m_2 a$$

$$T = 49N - 5kg(5.57m/s^2)$$

$$T = 21.1 - N$$

Ejemplo 4: Encuentre la aceleración del bloque sobre el plano inclinado a 25° con la horizontal y con un coeficiente de fricción cinética de 0.24 mostrada en la figura.



Solución: vemos que el peso en x es la que hace que el bloque se deslice hacia abajo y la única fuerza de oposición es la fricción, la suma de estas fuerzas debe ser igual al producto de la masa por su aceleración por la segunda ley de Newton:



$$\sum F = ma$$

$$w_x - f_k = ma$$

despejando la aceleración:

$$a = \frac{w_x - f_k}{m} \Rightarrow a = \frac{mg \sin \theta - \mu_k N}{m} \Rightarrow \text{la normal es igual al peso en "y"}$$

$$a = \frac{mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta}{m}, \text{ sacando factor común } mg;$$

$$a = \frac{mg(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)}{m}$$

$$a = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$$

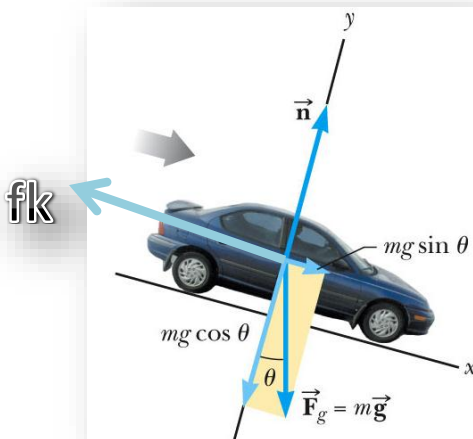
$$a = 9.8 \text{ m/s}^2 (\sin 25^\circ - 0.24 \cos 25^\circ)$$

$$a = 2.01 \text{ m/s}^2$$

Ejemplo 5: Un carro viaja sobre una pendiente y con un grado de inclinación de 30° sobre la horizontal como se muestra en la figura, si el coeficiente de fricción cinética es de 0.25 ¿Cuál es la aceleración del carro experimentada sobre la pendiente?



Solución; realizando el diagrama de cuerpo libre



Solución: en este ejemplo es muy similar al del ejemplo anterior por lo que:



$$\sum F = ma$$

$$w_x - f_k = ma$$

despejando la aceleración:

$$a = \frac{w_x - f_k}{m} \Rightarrow a = \frac{mg \sin \theta - \mu_k N}{m} \Rightarrow \text{la normal es igual al peso en "y"}$$

$$a = \frac{mg \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta}{m}, \text{ sacando factor común } mg;$$

$$a = \frac{mg(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)}{m}$$

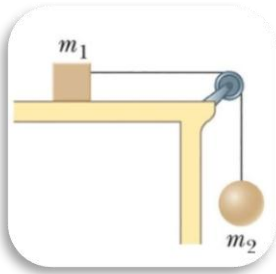
$$a = g(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)$$

$$a = 9.8 m/s^2 (\sin 30^\circ - 0.25 \cos 30^\circ)$$

$$a = 2.78 m/s^2$$

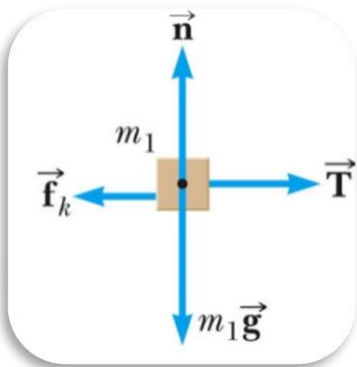
Como vemos la aceleración no depende de la masa si no de la superficie que se encuentre y el grado de inclinación.

Ejemplo 6: Dos bloques de masa 5 y 8 kg respectivamente están unidos por medio de una cuerda que pasa por una polea sin fricción, determine la aceleración si el coeficiente de fricción cinética es de 0.10 como se muestra la figura.

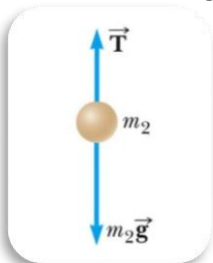


Solución: Elaborando un sentido para la aceleración y elaborando los diagramas de cuerpo libre para las masas.

Para la masa de 5kg:



Para la masa de 8kg.

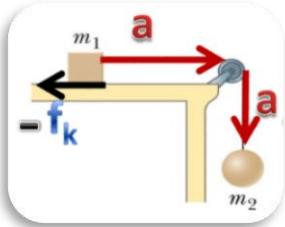




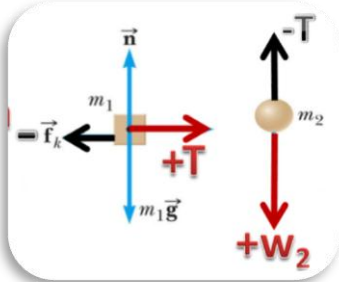
Tomamos la aceleración hacia la derecha, el bloque se acelera en dirección x para la primera masa y sigue en el eje y en la segunda masa, por tanto tenemos que:

$$\sum F = ma$$

Las flechas rojas indican hacia dónde va la aceleración y las flechas negras indican las que se oponen al movimiento:



Y en los diagramas se muestran de rojo las fuerzas que van en sentido al movimiento y de negro las que se oponen.



Sumamos todas las fuerzas que van en sentido a la aceleración y las que se oponen esto es:

$$\sum F = m_{total}a$$

$$-f_k + T - T + w_2 = (m_1 + m_2)a$$

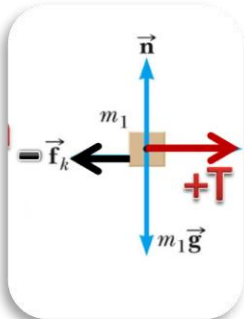
$$-f_k + w_2 = (m_1 + m_2)a$$

Despejando la aceleración:

$$a = \frac{-f_k + w_2}{(m_1 + m_2)}$$

$$a = \frac{-\mu_k N + m_2 g}{(m_1 + m_2)}$$

Necesitamos conocer la normal para poder encontrar la aceleración, encontrando N en el diagrama de la masa uno:





$$\sum F_y = 0$$

$$N - w_1 = 0$$

$$N = w_1$$

$$N = m_1 g$$

Sustituyendo N en la ecuación:

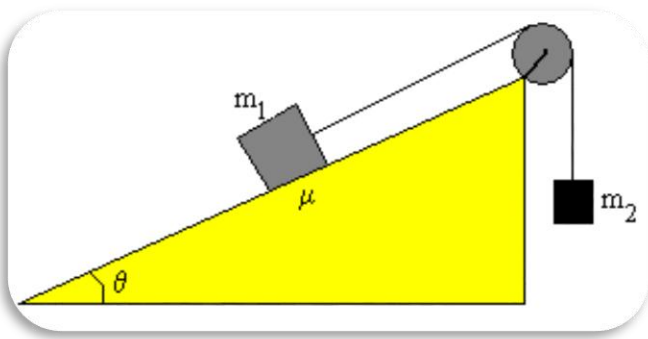
$$a = \frac{-\mu_k N + m_2 g}{(m_1 + m_2)}$$

$$a = \frac{-\mu_k (m_1 g) + m_2 g}{(m_1 + m_2)} \text{ Sustituyendo datos:}$$

$$a = \frac{-0.10(5kg)(9.8m/s^2) + 8kg(9.8m/s^2)}{(5kg + 8kg)}$$

$$a = 1.13m/s^2$$

Ejemplo 7: Encuentre la aceleración y la tensión del sistema sabiendo que el coeficiente de fricción cinética es de 0.12 como se muestra en la figura. Suponiendo que el ángulo es de 35° , $m_1 = 10kg$, $m_2 = 15kg$



Solución: Elegimos el sentido de la aceleración y supondremos que es a la derecha; que el peso de la masa dos jalara a la masa 1.

En este ejemplo también la tensión es la misma por lo tanto se anulan en el sistema y por tanto las únicas fuerzas que se oponen al peso de la masa dos son la fricción y el peso en "x" de la masa 1:

$$\sum F_x = (m_1 + m_2)a$$

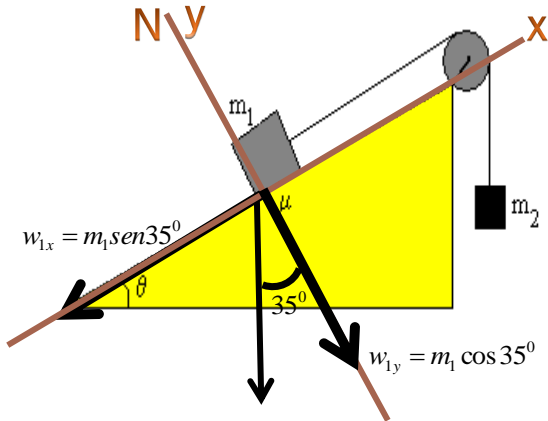
$$w_2 - w_{1x} - f_k = (m_1 + m_2)a$$



Despejamos la aceleración:

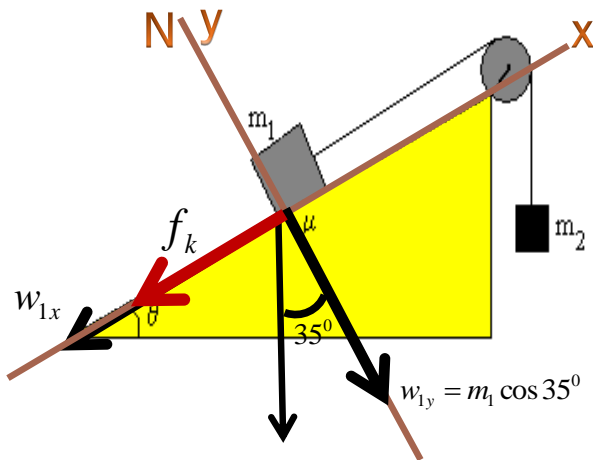
$$a = \frac{w_2 - w_{1x} - f_k}{(m_1 + m_2)}$$

Para conocer la aceleración necesitamos conocer el peso en x de la masa uno y la fricción.
Encontramos entonces el peso en x:



Vemos que $w_{1x} = m_1 g \sin 35^\circ$

Encontramos la fricción:



$$f_k = \mu_k N \Rightarrow N = W_{1y}$$

$$f_k = \mu_k W_{1y}$$

$$f_k = \mu_k m_1 g \cos \theta$$

$$f_k = \mu_k m_1 g \cos \theta$$

Sustituimos datos y encontramos la aceleración en la ecuación:

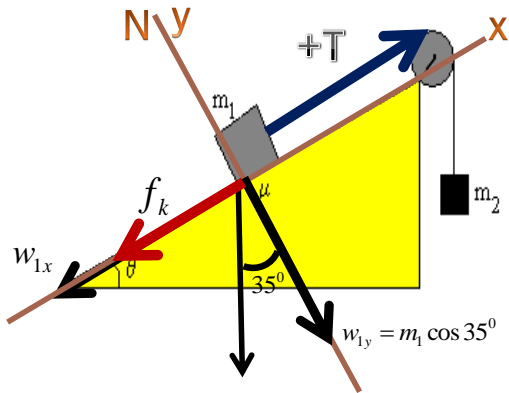
$$a = \frac{w_2 - w_{1x} - f_k}{(m_1 + m_2)} \rightarrow a = \frac{m_2 g - m_1 g \sin 35^\circ - \mu_k m_1 g \cos \theta}{(m_1 + m_2)}$$

$$a = \frac{15\text{kg}(9.8\text{m/s}^2) - 10\text{kg}(9.8\text{m/s}^2)\sin 35^\circ - (0.12)(10\text{kg})(9.8\text{m/s}^2)\cos 35^\circ}{(25\text{kg})}$$

$$a = 3.25\text{m/s}^2$$

Ahora para encontrar la tensión lo vamos a encontrar ya sea a través de la masa uno o la masa dos, en ambos debe dar lo mismo debido a que es la misma cuerda.

Encontrando en la masa uno:



En la masa uno la aceleración se da en el eje x, la tensión es positiva ya que va en sentido a la aceleración (a la derecha) y las que se oponen es el peso en "x" y la fricción por lo tanto tenemos que:

$$\sum F_x = m_1 a$$

$$T - w_{1x} - f_k = m_1 a$$

despejando T

$$T = m_1 a + w_{1x} + f_k$$

$$T = m_1 a + m_1 g \sin 35^\circ + \mu_k m_1 g \cos \theta$$

factor común $m_1 g$

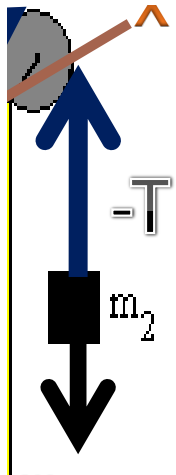
$$T = m_1(a + g \sin 35^\circ + \mu_k g \cos \theta)$$

$$T = 10kg(3.25m/s^2 + 9.8m/s^2(\text{sen}35^0) + 0.12(9.8m/s^2)\cos 35^0$$

$$T = 98.34N$$



Ahora encontraremos la tensión en la masa dos:



$$W_2 = m_2 g = 147\text{N}$$

En la masa dos ya la aceleración se da en el eje “y” por lo tanto:

$$\sum F_y = m_2 a$$

$$-T + w_2 = m_2 a$$

despejando T

$$T = w_2 - m_2 a$$

$$T = 147\text{N} - 15\text{kg}(3.25\text{m/s}^2)$$

$$T = 98.25\text{N}$$

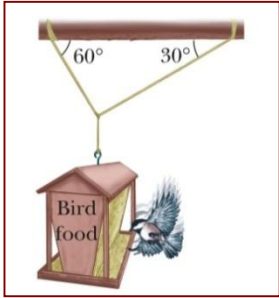
Como vemos nos da el mismo resultado la variación de los decimales se deben a las aproximaciones.



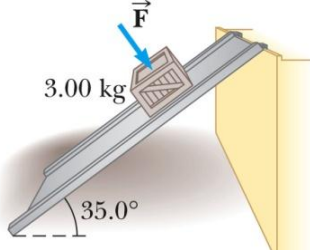
Sección de ejercicios: Problemas con Diagramas de cuerpo libre

1. Dibuje un diagrama de cuerpo libre para los siguientes sistemas:

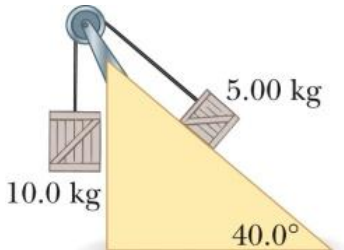
a) Para la siguiente unión de cuerdas de la jaula de pájaros



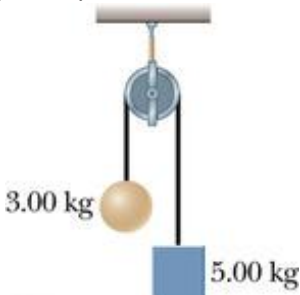
b) Para la caja de madera sobre el plano inclinado



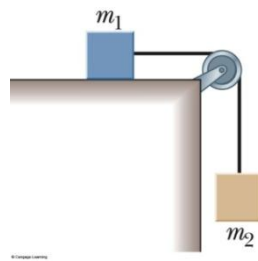
c) Para la caja de 10 y 5 kg de masa respectivamente asumiendo que la caja de 10kg jala a la de 5kg y luego de forma contraria.



d) Para la esfera de 3kg de masa y el bloque de 5 kg suponiendo que la esfera es jalada por el bloque y luego que el bloque es jalado por la esfera.



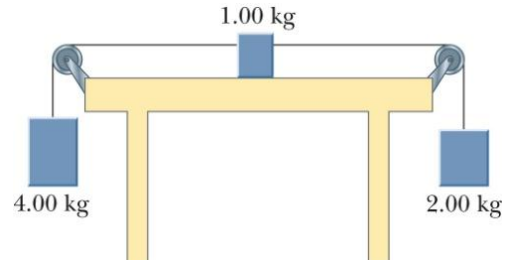
e) Para el bloque de masa 1 y 2 asumiendo que m_1 es jalada por m_2



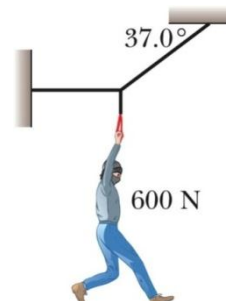
f) Para la ficha sobre el libro



g) Para el bloque de masa de 1, 2 y 4 kg de masa.



h) Para el ladrón mostrada en la figura





APLICACIONES DE LAS LEYES DE NEWTON

Resuelva los siguientes ejercicios:

1) ¿Qué fuerza horizontal se requiere para empujar un trineo de 6 kg con una aceleración de 4 m/s^2 si una fuerza de fricción de 20 N se opone al movimiento?

3) Un ascensor de 800 kg es izado con una cuerda resistente. Calcule la aceleración del ascensor cuando la tensión en la cuerda es de (a) 9000 N, (b) 7840 N y (c) 2000 N.

5) Cuando se aplica una fuerza horizontal de 300 N a una masa de 75 kg, ésta se desliza por un piso plano, oponiéndose una fuerza de fricción cinética de 120 N. ¿Qué magnitud tiene la aceleración de la caja?

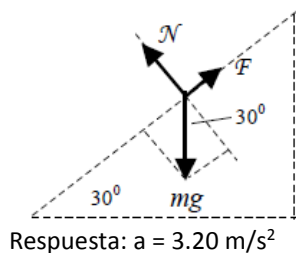
Respuesta: $a = 2.4 \text{ m/s}^2$

7) Un jugador de hockey golpea el puck con su bastón y le imparte una rapidez inicial de 5.0 m/s . Si el puck se acelera uniformemente y se detiene en una distancia de 20 m, ¿Qué coeficiente de fricción cinética hay entre el hielo y el puck?

Respuesta: $\mu_k = 0.064$

9) Una partícula de 3 kilogramos de masa se mueve en una línea horizontal, en cierto instante, lleva una velocidad de 5 m/s hacia la derecha; 3 segundos más tarde se observa que su velocidad ha disminuido a 2 m/s . ¿Cuál es la fuerza que actuó sobre la partícula suponiendo que la aceleración experimentada fue de uniforme?

11) Suponga que $\mu_k = 0.2$ en la figura. ¿Cuál es la aceleración?



2) Un automóvil de 1200 kg se desplaza a 25 m/s . ¿Cuál fuerza resultante lo detendrá en 70 m en un terreno nivelado? ¿Cuál deberá ser el coeficiente de fricción cinética?

4) Se aplica una fuerza horizontal de 100 N para arrastrar un gabinete de 8 kg sobre un piso nivelado. Encuentre la aceleración del gabinete si $\mu_k = 0.2$.

6) Una caja de 40 kg está en reposo en una superficie horizontal. Si el coeficiente de fricción estática entre la caja y la superficie es de 0.69. ¿qué fuerza horizontal se requiere para moverla?

Respuesta: 270.48 N

8) Después de bajarse de un camión, una maleta de 10 kg se coloca en una rampa inclinada 37° . Una vez que se le suelta desde el reposo, la maleta se acelera rampa abajo a 0.15 m/s^2 . Calcule el coeficiente de fricción cinética entre la maleta y la rampa.

Respuesta: $\mu_k = 0.73$

10) Un bloque de 5 kg de masa descansa en equilibrio sobre un plano inclinado áspero inclinado 27° con la horizontal y sujeto por medio de una cuerda, el otro extremo de la cuerda se encuentra agarrado en la pared. Se sabe que la pared soporta únicamente una tensión de 20 N. Encuentre

- La fuerza de fricción
- El coeficiente de fricción

Respuesta: a) -2.25 N , b) 0.04

12) Encuentre la tensión y la aceleración del sistema asumiendo que existe un coeficiente de fricción cinética de 0.15



Respuesta: $a = 3.58 \text{ m/s}^2$, $T = 74.64 \text{ N}$

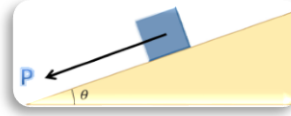
PRIMERA UNIDAD



13) Suponga que el carro de la figura acelera hacia abajo sobre el plano inclinado en la figura, determine su aceleración si el ángulo de inclinación $\theta = 35^\circ$ y con un coeficiente de fricción de 0.3.

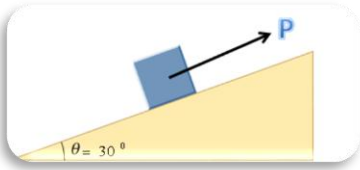
Respuesta: $a = 3.21 \text{ m/s}^2$

14) ¿Qué fuerza P hacia abajo, en la figura, basta para que la aceleración hacia abajo de dicho plano sea de 4 m/s^2 ? Si $m = 10 \text{ kg}$, $\mu_k = 0.3$. y $\theta = 30^\circ$



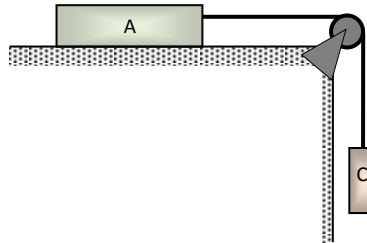
Respuesta: $P = 16.46 \text{ N}$

15) Si $m = 10 \text{ kg}$ y $\mu_k = 0.3$ en la figura, ¿qué fuerza de empuje P a lo largo del plano inclinado producirá una aceleración de 4 m/s^2 en dirección ascendente por el plano?

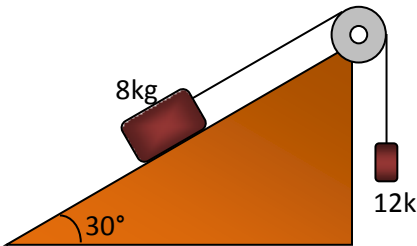


Respuesta: $P = 114.46 \text{ N}$

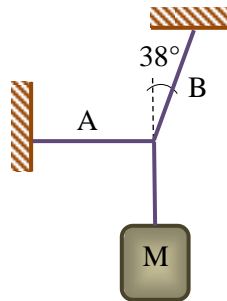
16) Determine la tensión si el coeficiente de fricción de 0.16. $A (m_A = 3 \text{ kg})$, $C (m_C = 1 \text{ kg})$



17) Calcule el valor de la tensión en la cuerda si el coeficiente de fricción es de 0.04?

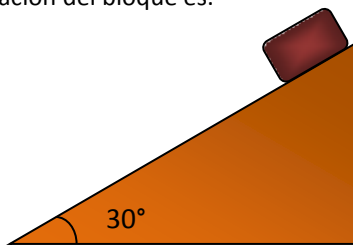


18) Determine la tensión A

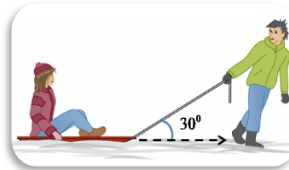


98N

19) Si existe un coeficiente de fricción de 0.24 la aceleración del bloque es:



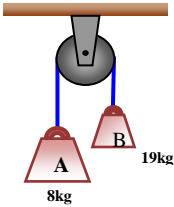
20) Encuentre la aceleración de la figura sabiendo que la señorita y el trineo suman una masa total de 75 kg y la fuerza realizada en el cuerpo por el hombre es de 250 N formando un ángulo de 30° sobre la horizontal. ($\mu = 0.15$)



PRIMERA UNIDAD



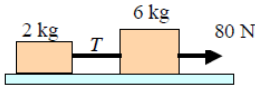
21) Determine la tensión superficie sin fricción:



23) Un automóvil de 1000 kg va hacia el norte a 100 km/h y frena en 50 m. ¿Cuáles son la magnitud y el sentido de la fuerza requerida?

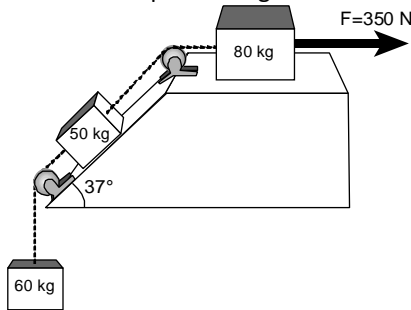
Respuesta: $F = 7717 \text{ N}$, hacia el sur.

25) Suponga una fricción cero en la figura 7-12. ¿Cuál es la aceleración del sistema? ¿Cuál es la tensión T en la cuerda de unión?



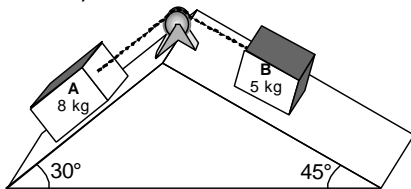
Respuesta: $a = 10 \text{ m/s}^2$, $T = 20 \text{ N}$

27) Las tensiones para los siguientes sistemas sin fricción es:



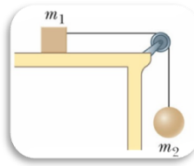
- a) $T_1 = 624 \text{ N}$; $T_2 = 285 \text{ N}$
 b) $T_1 = 426 \text{ N}$; $T_2 = 582 \text{ N}$
 c) $T_1 = 2.9 \text{ N}$; $T_2 = 426 \text{ N}$ d) Otra: _____

29) Calcular la tensión en la soga para el sistema (no hay fricción)



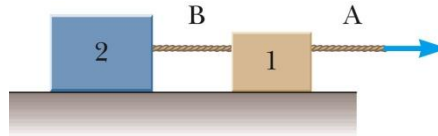
- a) 16.3 N b) 26.3 N c) 36.3 N
 d) 63.3 N e) Otra: _____

22) Dos masas idénticas están unidas por medio de una cuerda ligera que pasa por una polea como se muestra en la figura. Si existe un coeficiente 0.2 ¿Cuál es la aceleración del sistema?



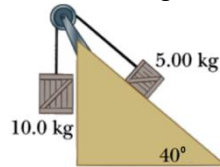
24) Dos bloques de masa 1 y 2 kg. respectivamente a unidas por medio de una cuerda de masa despreciable, si las dos masas se aceleran a 5 m/s^2 .

- a) Encuentre la fuerza en la tensión A
 b) La tensión de conexión B del sistema.



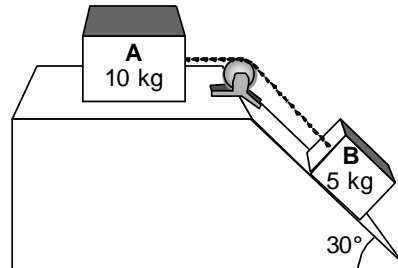
Respuesta: a) 15 N, b) 10 N

26) ¿Cuál es la tensión de la cuerda de la masa de 5 y 10 kg respectivamente sobre el plano inclinado sin fricción como se muestra en la figura?



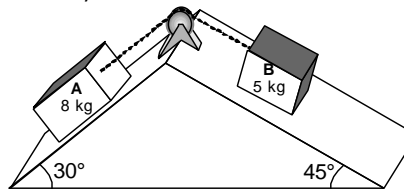
- a) 4.43 N
 b) 4.03 N
 c) 53.7 N
 d) 57.7 N
 e) 98 N

28) Para el sistema de la figura calcular la tensión en la cuerda (sistema sin fricción)



- a) 1.63 N b) 3.61 N c) 16.3 N
 d) 36.1 N e) Otra: _____

30) Calcular la tensión en la soga para el sistema (no hay fricción)



- a) 16.3 N b) 26.3 N c) 36.3 N
 d) 63.3 N e) Otra: _____

PRIMERA UNIDAD

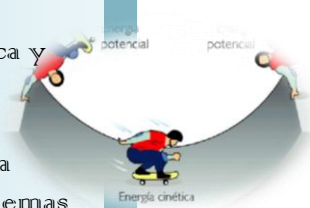


SEGUNDA UNIDAD

Objetivos

- Describir el trabajo en términos de fuerza y desplazamiento
- Resolver problemas que involucren el concepto de trabajo y energía
- Distinguir entre el trabajo resultante y el trabajo de una sola fuerza.
- Definir la constante de resorte y calcular el trabajo realizado por una fuerza de resorte variable.
- Establecer la diferencia entre la energía cinética y potencial
- Establecer conceptos fundamentales de energía cinética y potencial para la resolución de problemas de aplicación.

Resolver problemas de conservación de la energía



SEGUNDA UNIDAD

TRABAJO

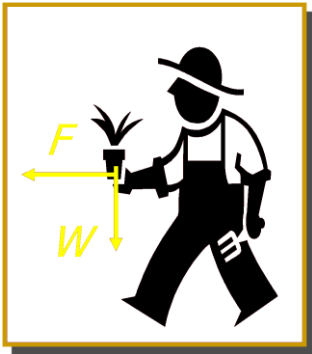
El trabajo es una cantidad escalar igual al producto del desplazamiento x y el componente de la fuerza F_x en la dirección del desplazamiento.

Tres cosas son necesarias para la realización de trabajo:

- Debe haber una fuerza aplicada F .
- Debe haber un desplazamiento x .
- La fuerza debe tener componente a lo largo del desplazamiento.



Si una fuerza no afecta al desplazamiento, no realiza trabajo.



La fuerza F que ejerce el hombre sobre la maceta realiza trabajo.

La Tierra ejerce una fuerza W sobre la maceta, pero no trabajo porque no hay desplazamiento en y solo en x que es la fuerza que ejerce el hombre.

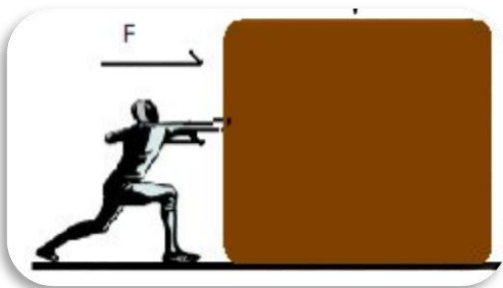
Por lo tanto definimos el trabajo como:

$$T_r(\text{trabajo}) = F * x$$

Dimensionales

$$1N * 1m = 1Joules \langle J \rangle$$

Ejemplo1: Una persona ejerce una fuerza de 100N a una caja de 10kg para moverla 20m de distancia ¿Cuál es el trabajo realizado por dicha fuerza?



Solución: Piden la el trabajo de la fuerza, entonces tenemos la fuerza de 100N que está en dirección al desplazamiento de 20m.

$$T_r(\text{trabajo}) = F * x \Rightarrow T_r = 100N * 20m$$

$$T_r = 2000Joules$$

SEGUNDA UNIDAD

Ejemplo 2: ¿Cuál es el trabajo realizado por la fuerza de fricción en el problema anterior si existe un coeficiente de fricción cinética de 0.20?

Solución: la fricción es la fuerza que se opone al movimiento, es una fuerza negativa por lo tanto su trabajo será negativo:

Trabajo de la fricción:

$$T_r(\text{trabajo}) = f_k * x \Rightarrow T_r = \mu_k N * x \Rightarrow N = W(\text{peso}) = mg$$

$$T_r(\text{trabajo}) = \mu_k mg * x$$

$$T_r = -0.20 * 10kg * 9.8m/s^2 * 20m$$

$$T_r = -392J$$

El trabajo será positivo si el desplazamiento se da hacia la derecha y negativo si el desplazamiento se da hacia la izquierda.

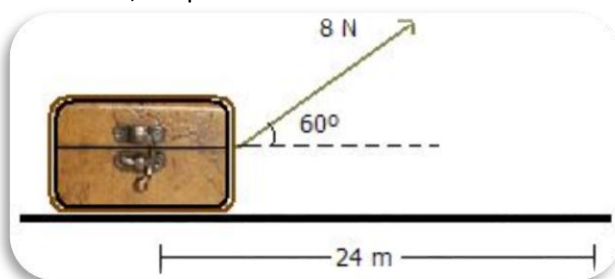
TRABAJO NETO O TRABAJO RESULTANTE

Es el trabajo total realizado en un sistema

El trabajo neto o total se puede calcular de dos formas:

- 1) Encontrando el trabajo de cada fuerza que actúa sobre el objeto y luego sumando todos los trabajos tanto positivos como negativos.
- 2) Encontrando la fuerza resultante del sistema y luego multiplicarla por el desplazamiento para que dé el trabajo resultante o neto.

Ejemplo 3: Un cofre de 5 kg de masa es jalado por una cuerda con una fuerza de 8N formando un ángulo 60° con la horizontal, desplazándola así una distancia de 24m como se observa en la figura.

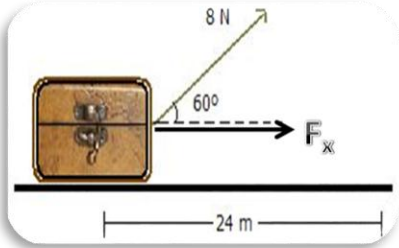


- a) Encuentre el trabajo realizado por la fuerza de 8N
- b) Encuentre el trabajo realizado por la fricción si el coeficiente de fricción es de 0.015
- c) Encuentre el trabajo neto realizado por el sistema
- d) Encuentre el trabajo de la fuerza resultante
- e) ¿Cuál sería la velocidad del cofre durante 10 segundos?

SEGUNDA UNIDAD

Solución:

a) Trabajo realizado por la fuerza de 8N, en dirección al desplazamiento



Como vemos la fuerza en dirección al desplazamiento es la fuerza en x

$$T_r(\text{trabajo}) = F_x * x$$

Por trigonometría :

$$F_x = F \cos \theta * x$$

$$T_r(\text{trabajo}) = F \cos \theta * x$$

$$T_r(\text{trabajo}) = 8N \cos 60^\circ * 24m$$

$$T_r(\text{trabajo}) = 96J$$

b) Trabajo realizado por la fuerza de fricción:

Antes debemos calcular la fricción:

$$f_k = -\mu_k N \Rightarrow N = W(\text{peso}) = mg$$

$$f_k = -\mu_k mg \Rightarrow f_k = -0.015(5kg)(9.8m/s^2) = -0.735N$$

$$T_r(\text{trabajo}) = f_k * x$$

$$T_r(\text{trabajo}) = -0.735N * 24m = -17.64J$$

c) Trabajo neto: es la suma de todos los trabajos, la normal y el peso no ejerce trabajo ya que no existe desplazamiento en "y"

$$T_r(\text{neto}) = \sum \text{trabajos}$$

$$T_r(\text{neto}) = T_{r(\text{fuerza})} - T_{r(\text{fricción})}$$

$$T_r(\text{neto}) = 96J - 17.64J$$

$$T_r(\text{neto}) = 78.36J$$

d) El trabajo de la fuerza resultante: antes tenemos que encontrar la fuerza resultante

$$F_R = \sum F_x$$

$$F_R = F_x - f_k$$

$$F_R = 4N - 0.735N$$

$$F_R = 3.265N$$

Ahora encontramos el trabajo de la fuerza resultante:

$$T_r(F_R) = F_R * x$$

$$T_r(F_R) = (3.265N)(24m)$$

$$T_r(F_R) = 78.36J$$

SEGUNDA UNIDAD

Concluimos que el trabajo neto es igual al trabajo realizado por la fuerza resultante.

- e) Hallando la velocidad durante 10 segundos.

De la ecuación: $at + v_0 = v_f$

Encontrando la aceleración que es la única incógnita ya que el cofre es empujado desde el reposo la velocidad inicial es cero.

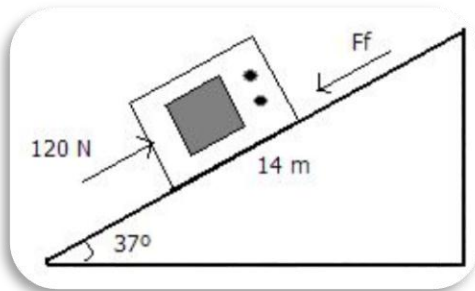
$$F_R = ma$$

$$a = \frac{F_R}{m} = \frac{3.265N}{5kg} = 0.6m/s^2$$

$$at + v_0 = v_f \Rightarrow at = v_f$$

$$v_f = at = (0.6m/s^2)(10s) = 6m/s$$

Ejemplo 4: Un bloque de 10kg, se empuja hacia arriba con una fuerza de 120 N si $\mu_k = 0.15$ ¿Cuál es el trabajo neto realizado por el sistema?



Solución: Encontramos el trabajo neto a través de la fuerza resultante:

Trabajo de la fuerza resultante=fuerza resultante por el desplazamiento

$$T_r = (F_R) * x$$

$$T_r = (F - f_k - w_x) * x$$

Como vemos necesitamos la fricción:

$$f_k = \mu_k N = \mu_k mg \cos \theta$$

$$w_x = mg \sin \theta$$

Sustituimos datos en la ecuación: $T_r = (F - f_k - w_x) * x$

$$T_r = (F - \mu_k mg \cos \theta - mg \sin \theta) * x$$

$$T_r = (120N - 0.15 * 10kg * 9.8m/s^2 * \cos 37^\circ - 10kg * 9.8m/s^2 * \sin 37^\circ) * x$$

$$T_r = (49.28N)(14m) = 689.95J$$

SEGUNDA UNIDAD

“TRABAJO REALIZADO POR LA FUERZA DE GRAVEDAD”

Si un objeto se desplaza desde abajo hacia arriba o viceversa, posee una fuerza que se le denomina Fuerza de gravedad y es el peso, desplazándose así una distancia llamada altura.

$$T_r = F * x$$

$$T_r = F_g * h; \text{ trabajo realizado por la fuerza de gravedad}$$

siempre que exista desplazamiento vertical

F_g : es la fuerza de gravedad y es igual a la masa por la gravedad llamada también peso.

$$F_g = mg :$$

$$T_r = mg * h; \text{ trabajo realizado por la fuerza de gravedad}$$

Ejemplo 5: Un trabajador levanta un peso de 80N hasta una altura de 2 metros. ¿A cuántos metros se puede levantar un bloque de 10 kg con la misma cantidad de trabajo?

Solución: primero encontramos el trabajo que realiza el trabajador al levantar un peso de 80N;

$$T_r = F_g * h \rightarrow T_r = 80N * 2m = 160J$$

A hora encontramos la distancia vertical que puede levantar el trabajador con la misma cantidad de trabajo y con la misma fuerza pero con una masa de 10kg.

$$T_r = mg * h \Rightarrow h = \frac{T_r}{mg}$$

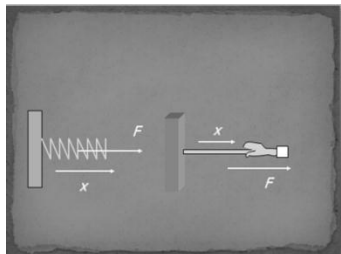
$$h = \frac{160J}{10kg * 9.8m/s^2}$$

$$h = 1.63m$$

Trabajo de una fuerza variable

La definición de trabajo sólo se aplica a una fuerza constante o una fuerza promedio.

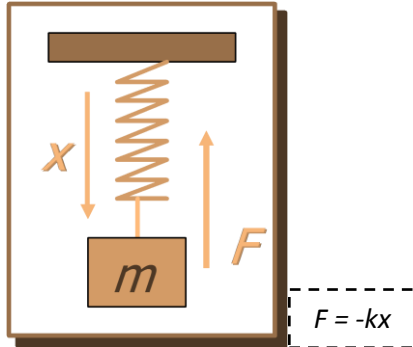
¿Y si la fuerza varía con el desplazamiento como al estirar un resorte o una banda elástica?



SEGUNDA UNIDAD

LEY DE HOOKE

Cuando un resorte se estira, hay una fuerza restauradora que es proporcional al desplazamiento.

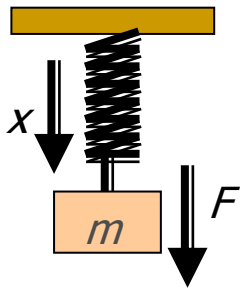


La constante de resorte k es una propiedad del resorte dada por:

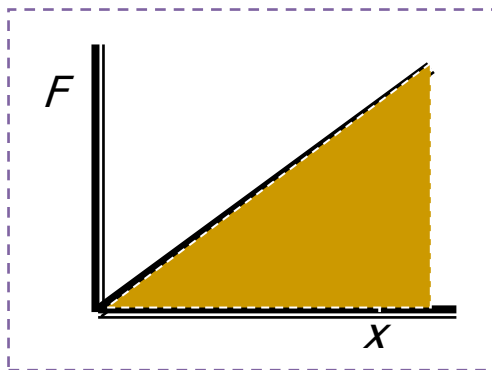
$$K = \frac{\Delta F}{\Delta x}$$

Trabajo realizado al estirar un resorte

El trabajo realizado sobre el resorte es positivo; el trabajo por el resorte es negativo.



Elaboramos la graficad fuerza y desplazamiento, utilizaremos el eje y para la fuerza y x para el desplazamiento.



Vemos aquí que el área se encuentra como:

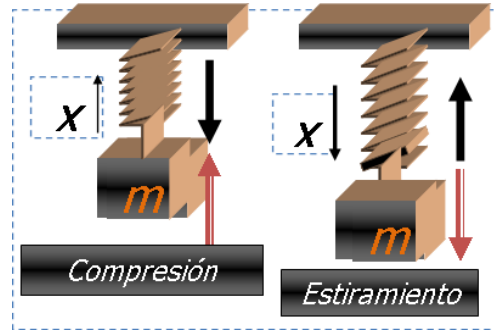
$$\text{Área} = \frac{1}{2} (\text{base})(\text{altura})$$

$$\text{Área} = \frac{1}{2} (x)(F_{\text{prom}}) = \frac{1}{2} x(kx)$$

Concluimos entonces que el trabajo realizado por un resorte es: **Trabajo = $\frac{1}{2} kx^2$**

SEGUNDA UNIDAD

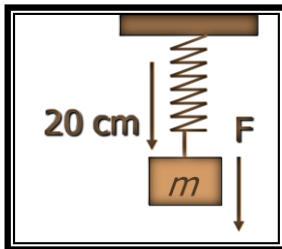
COMPRESIR O ESTIRAR UN RESORTE INICIALMENTE EN REPOSO



Compresión: F (fuerza externa) realiza trabajo positivo y F_s realiza trabajo negativo (vea la figura).

Estiramiento: F (fuerza externa) realiza trabajo positivo y F_s realiza trabajo negativo (vea la figura).

EJEMPLO: Una masa de 4 kg suspendida de un resorte produce un desplazamiento de 20 cm. ¿Cuál es la constante de resorte?



Solución:

La fuerza que estira es el peso ($W = mg$) de la masa de 4 kg:

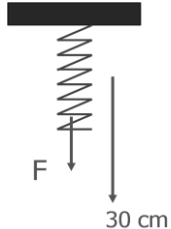
$$F = (4 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) = 39.2 \text{ N}$$

Ahora, a partir de la ley de Hooke, la constante de fuerza k del resorte es:

$$k = \frac{\Delta F}{\Delta x} = \frac{39.2 \text{ N}}{0.2 \text{ m}}$$

$$k = 196 \text{ N/m}$$

Ejemplo: ¿Qué trabajo se requiere para estirar este resorte ($k = 196 \text{ N/m}$) de $x = 0$ a $x = 30 \text{ cm}$?



Solución: El trabajo realizado por un resorte es:

$$\text{Trabajo} = \frac{1}{2} kx^2$$

$$\text{Trabajo} = \frac{1}{2}(196 \text{ N/m})(0.30 \text{ m})^2$$

$$\text{Trabajo} = 8.82 \text{ J}$$

Nota: El trabajo para estirar 30 cm adicionales es mayor debido a una mayor fuerza promedio.

SEGUNDA UNIDAD

TRABAJO REALIZADO A PARTIR DE UNA GRAFICA

Suponga que una fuerza constante F actúa a través de un desplazamiento paralelo x .



El área bajo la curva es igual al trabajo realizado.

$$\text{Trabajo} = F\Delta x$$

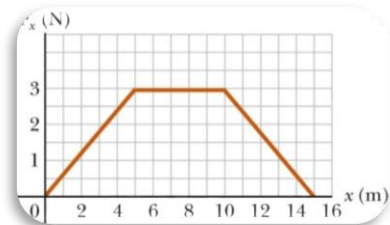
$$\text{Trabajo} = F(x_2 - x_1)$$

Ejemplo: ¿Qué trabajo realiza una fuerza constante de 40 N que mueve un bloque desde $x = 1$ m hasta $x = 4$ m?

SOLUCIÓN: Trabajo = $F(x_2 - x_1)$

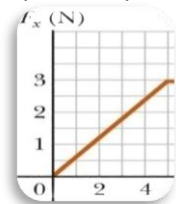
$$\text{Trabajo} = 40\text{N} (4\text{m} - 1\text{m}) = 120\text{J}$$

Ejemplo 2: Encuentre el trabajo total mostrado en la siguiente grafica



Solución: El trabajo total es igual al área de la figura, localizamos por partes:

La primera parte muestra un triángulo, el área es la base por la altura dividido dos.



$$T_r = \frac{1}{2} F(x_f - x_o)$$

$$T_r = \frac{3(5-0)}{2} = 7.5\text{J}$$

La siguiente parte de la

$$T_r = F(x_f - x_o)$$

$$T_r = 3(10-5)$$

$$T_r = 15\text{J}$$

figura muestra un rectángulo, el área es base por altura:

La última figura es exactamente similar a la primera tiene una base de 5 y una altura de 3, entonces el trabajo es:

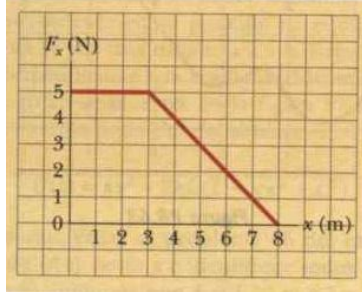
$$T_r = \frac{1}{2} F(x_f - x_o)$$

$$T_r = \frac{3(15-10)}{2} = 7.5\text{J}$$

El trabajo total es la suma de todos los trabajos: $7.5\text{J} + 15\text{J} + 7.5\text{J} = 30\text{J}$

SEGUNDA UNIDAD

Ejemplo: Una fuerza F_x mostrada como función de la distancia en la figura, actúa sobre una masa de 5.00 kg. Si la partícula parte del reposo en $x = 0$ m, determine la rapidez de la partícula en $x = 2.00$, 4.00 y 6.00 m



Solución:

En la siguiente figura se ve que está en dos partes, la primera un rectángulo; el trabajo es la base por la altura; $3 \cdot 5 = 15\text{J}$

La otra parte muestra que es un triángulo con base $(8-3)$ 5 y altura 5;

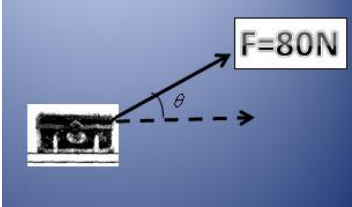
El trabajo es; $(5 \cdot 5)/2 = 12.5\text{J}$

El trabajo total es: $15\text{J} + 12.5\text{J} = 27.5\text{J}$

SEGUNDA UNIDAD

SECCION DE JERCICIOS

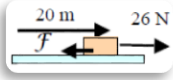
Trabajo

- 1) ¿Cuál es el trabajo realizado por una fuerza de 20 N que actúa a lo largo de una distancia paralela de 8 m? ¿Qué fuerza realizará el mismo trabajo en una distancia de 4 m?
 - 2) Un trabajador levanta una masa de 85kg hasta una altura de 10 ft. ¿A cuántos metros se puede levantar un bloque de 10 kg con la misma cantidad de trabajo?
 - 3) Un remolcador ejerce una fuerza constante de 4000N sobre un barco, desplazándolo una distancia de 15 m. ¿Cuál es el trabajo realizado?
 - 4) Un martillo de 5 kg es levantado a una altura de 3 m. ¿Cuál es el trabajo mínimo requerido para hacerlo?
 - 5) Un empuje de 120 N se aplica a lo largo del asa de una cortadora de césped. Ese empuje produce un desplazamiento horizontal de 14 m. Si el asa forma un ángulo de 30° con el suelo, ¿qué trabajo fue realizado por la fuerza de 120 N?
 - 6) El baúl de la figura es arrastrado una distancia horizontal de 24 m mediante una cuerda que forma un ángulo θ con el piso. Si la tensión de la cuerda es de 80 N, ¿cuál es el trabajo realizado en cada uno de los ángulos siguientes: 0° , 30° , 60° , 90° ?
- 
- 7) Una fuerza horizontal empuja un trineo de 10 kg hasta una distancia de 40 m en un sendero. Si el coeficiente de fricción de deslizamiento es 0.2, ¿qué trabajo ha realizado la fuerza de fricción?
- 8) Un trineo es arrastrado una distancia de 12.0 m por medio de una cuerda, con una tensión constante de 140 N. La tarea requiere 1200 J de trabajo. ¿Qué ángulo forma la cuerda con el suelo?

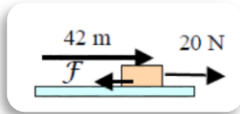
SEGUNDA UNIDAD

TRABAJO RESULTANTE

- 1) Un bloque de 10 kg es arrastrado 20 m por una fuerza paralela de 26 N. Si $\mu_k = 0.2$.



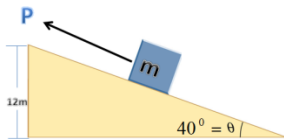
- a) ¿cuál es el trabajo resultante y
b) ¿Qué aceleración se produce?
- 2) Una fuerza horizontal de 20 N arrastra un pequeño trineo 42 metros sobre el hielo a



velocidad constante.

- a) Halle el trabajo realizado por las fuerzas de tracción y de fricción.
b) ¿Cuál es la fuerza resultante?
- 4) ¿Cuál es el trabajo resultante cuando el bloque de 8 kg se desliza desde la parte más alta hasta la más baja del plano inclinado de la figura del problema anterior, Suponga que $\mu_k = 0.4$.

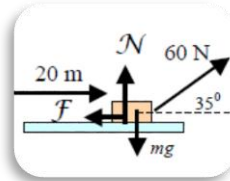
- 6) Suponga que $m = 8$ kg en la figura y $\mu_k = 0$ ¿Qué trabajo mínimo tendrá que realizar la fuerza P para llegar a la parte más alta del plano inclinado? ¿Qué trabajo se requiere para levantar verticalmente el bloque de 8 kg hasta la misma altura?



- 8) Una caja de 5.0 kg se desliza una distancia de 10 m sobre el hielo. Si el coeficiente de fricción cinética es de 0.20, ¿qué trabajo efectúa la fuerza de fricción?

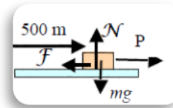
- 10) Al arrancar desde el reposo, un bloque de 5.00 kg se desliza 2.5 m por una pendiente rugosa de 30° . El coeficiente de fricción cinética entre el bloque y la pendiente es de 0.436. Determine a) el trabajo realizado por la fuerza de la gravedad, b) el trabajo realizado por la fuerza de fricción entre el bloque y la pendiente y c) el trabajo realizado por la fuerza normal.

- 3) Una cuerda que forma un ángulo de 35° con la horizontal arrastra una caja de herramientas de 10 kg sobre una distancia horizontal de 20 m. La tensión en la cuerda es de 60 N y la fuerza de fricción constante es de 30 N.

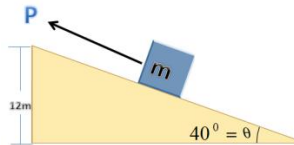


- a) ¿Qué trabajo realizan la cuerda?
b) ¿Qué trabajo realiza la fricción?
c) ¿Cuál es el trabajo resultante?

- 5) Un trineo de 40 kg es arrastrado horizontalmente una distancia de 500 m ($\mu_k = 0.2$). Si el trabajo resultante es de 50 kJ, ¿cuál fue la fuerza de tracción paralela?



- 7) ¿Cuál es el trabajo mínimo que debe realizarla fuerza P para mover el bloque de 8 kg hasta la parte más alta del plano inclinado si $\mu_k = 0.4$?



- 9) Un estudiante que se gana un poco de dinero durante el verano, empuja una podadora de pasto por un prado horizontal con una fuerza constante de 250 N que forma un ángulo de 30° hacia abajo con respecto a la horizontal. ¿qué distancia empuja la podadora para efectuar 1.44×10^3 J de trabajo?

SEGUNDA UNIDAD

ENERGÍA

Es la capacidad de producir trabajo, existen dos tipos de energía:

Energía cinética:

Es la capacidad de producir trabajo en virtud de su velocidad

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

K= energía cinética

m= masa

v: velocidad

Un cambio de energía cinética sería:

$$\Delta K = (K_f - K_0)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_0^2$$

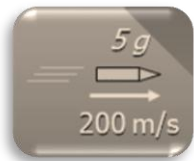
Ejemplo 1: ¿Cuál es la energía potencial de una persona de 50 kg en un rascacielos si está a 480 m sobre la calle?

Solución: Es clave que se refiere a la energía potencial gravitacional por lo que:

$$U = mgh = (50 \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2)(480 \text{ m})$$

$$U = 235 \text{ kJ}$$

¿Cuál es la energía cinética de una bala de 5 g que viaja a 200 m/s?



$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(0.005 \text{ kg})(200 \text{ m/s})^2$$

$$K = 100 \text{ J}$$

Ejemplo 2: ¿Cuál es la energía cinética de un auto de 1000 kg que viaja a 14.1 m/s?

Solución:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1000 \text{ kg})(14.1 \text{ m/s})^2$$

$$K = 99.4 \text{ J}$$

SEGUNDA UNIDAD

Ejemplo 3: Un automóvil de 1400kg viaja a 20m/s, luego se encuentra con una velocidad de 80m/s sobre una carretera. ¿Cuál es el cambio en la energía cinética?

$$\Delta K = (K_f - K_o)$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}(1400kg)(80m/s)^2 - \frac{1}{2}(1400kg)(20m/s)^2$$

$$\Delta K = 4.2 \times 10^6 J$$

TEOREMA DEL TRABAJO - ENERGÍA CINÉTICA

Este teorema lo definimos a través de la segunda ley de Newton:

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2x}$$

$$F = m\left(\frac{v_f^2 - v_o^2}{2x}\right)$$

$$Fx = m\left(\frac{v_f^2 - v_o^2}{2}\right)$$

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$Fx = Tr(\text{trabajo})$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$Tr = \Delta K$$

Concluimos que el trabajo realizado en un sistema es igual al cambio en la energía cinética.

Ejemplo 4: un automóvil de 1500kg que viajaba a 50m/s entra sin control en un centro comercial y finalmente se detiene. ¿Cuál fue el trabajo realizado por el automóvil?

$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$Fx = Tr(\text{trabajo})$$

$$Tr = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$Tr = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_o^2) \Rightarrow Tr = \frac{1}{2}1500kg(0_f^2 - 50^2)$$

$$Tr = -1.87 \times 10^6 J$$

SEGUNDA UNIDAD

Ejemplo 5: Una esfera de 0.5kg, incrementa su velocidad de 35m/s a 55 m/s. determine el trabajo realizado por la esfera

$$Tr(trabajo) = \Delta K$$

$$Tr = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$Tr = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_o^2) \Rightarrow Tr = \frac{1}{2}0.5kg(55^2 - 35^2)$$

$$Tr = 450J$$

Ejemplo 6: Una piedra de 0.3kg, es lanzada con una velocidad 50m/s en dirección a un arbusto, la piedra se detiene en el arbusto desplazándose 1.5m. Determine la fuerza que detuvo la piedra.

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2x}$$

$$F = m\left(\frac{v_f^2 - v_o^2}{2x}\right)$$

$$Fx = m\left(\frac{v_f^2 - v_o^2}{2}\right)$$

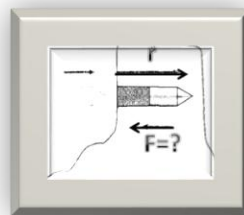
$$Fx = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_o^2$$

$$F = \frac{m(v_f^2 - v_o^2)}{2x} \Rightarrow F = \frac{0.3kg(0^2 - 50^2)}{2(1.5m)} \Rightarrow F = -250N$$

SEGUNDA UNIDAD

TEOREMA DEL TRABAJO-ENERGÍA CINÉTICA

- 1) ¿Cuál es la energía cinética de una bala de 6 g en el instante en que su rapidez es de 190 m/s? ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil de 1200 kg que viaja a 80 km/h?
- 2) ¿Cuál es la energía cinética de un automóvil de 2400 kg cuando circula a una rapidez de 55 mi/h? ¿Cuál es la energía cinética de una pelota de 9 kg cuando su velocidad es de 40 ft/s?
- 3) ¿Cuál es el cambio en la energía cinética cuando una pelota de 50 g golpea el pavimento a una velocidad de 16 m/s y rebota a la velocidad de 10 m/s?
- 4) Una carreta de 400 kg entra sin control en un campo de maíz a una velocidad de 12 m/s y finalmente se detiene. ¿Cuál fue la magnitud del trabajo realizado por esa carreta?
- 5) Un automóvil de 2400 kg aumenta su rapidez de 30 mi/h a 60 mi/h.
 - a) ¿Qué trabajo resultante se requirió para lograrlo?
 - b) ¿Cuál es el trabajo equivalente en Joules?
- 5) Un martillo de 0.6 kg se mueve a 30 m/s justo antes de golpear la cabeza de una alcayata.
 - a) Calcule la energía cinética inicial.
 - b) ¿Qué trabajo realizó la cabeza del martillo?
- 7) Un martillo de 1.2 kg que se mueve a 80 ft/s golpea la cabeza de un clavo y lo hunde en la pared hasta una profundidad de $\frac{1}{4}$ de in. ¿Cuál fue la fuerza media de detención?
- 8) ¿Qué fuerza media se necesita para incrementar la velocidad de un objeto de 2 kg de 5 m/s a 12 m/s en una distancia de 8 m?
- 9) Compruebe la respuesta del problema 8 aplicando la segunda ley de Newton del movimiento
- 10) Un proyectil de 20 g choca contra un banco de fango (véase la figura) y penetra 6 cm antes de detenerse. Calcule la fuerza de detención F si la velocidad de entrada es de 80 m/s.



- 11) Un automóvil de 1500 kg transita a 60 km/h por una carretera nivelada. ¿Qué trabajo se requiere para frenarlo? Si $\mu_k = 0.7$, ¿cuál es la distancia de frenado?
- 12) Una fuerza neta constante de 75 N actúa sobre un objeto en reposo y lo mueve una distancia paralela de 0.60 m. a) ¿Qué energía cinética final tiene el objeto? b) Si la masa del objeto es de 0.20 kg, ¿qué rapidez final tendrá?

SEGUNDA UNIDAD

ENERGÍA POTENCIAL

- ✓ **Energía potencial:** es la capacidad para efectuar trabajo en virtud de la posición o condición.

$$U = mgh$$

U = Energía potencial

m = masa

h = altura

Un cambio en la energía potencial sería:

$$\Delta U = (U_f - U_0)$$

$$\Delta U = mgh_f - mgh_0$$

Ejemplo1: ¿Cuál es la energía potencial de una persona de 40 kg en un rascacielos si está a 490 m sobre la calle?

Solución: Como solo nos están pidiendo la energía potencial en un punto la energía potencial está dada por:

$$U = mgh$$

$$U = (40kg)(9.8m/s^2)(490m) = 192,080J$$

Ejemplo 2: Un bloque de 5kg se deja caer desde una altura de 10 m arriba de una casa, calcule la energía potencial con respecto a:

- 10m desde el cual se soltó.
- Un árbol de 4 m de altura respecto el suelo.
- ¿Cuál ha sido el cambio cuando ha llegado a un árbol ubicado a 5m del nivel del suelo?

Solución: la energía potencial desde la altura de 10 m es:

a) $U = mgh$

$$U = (5kg)(9.8m/s^2)(10m) = 490J$$

- b) Desde la altura del árbol es:

$$U = mgh$$

$$U = (5kg)(9.8m/s^2)(4m) = 196J$$

- c) El cambio desde una altura de 10m del cual se soltó y cuando llega a la altura de un árbol de 4 m respecto del suelo es:

$$\Delta U = (U_f - U_0)$$

$$\Delta U = mgh_f - mgh_0$$

$$\Delta U = mg(h_f - h_0)$$

$$\Delta U = (5kg)(9.8m/s^2)(10m - 4m) = 294J$$

Otra forma para encontrar el cambio de energía de un punto a otro sería restar la energía potencial final cuando estaba a 6m de altura menos la energía potencial cuando se soltó a 10m, esto es:

$$\Delta U = (U_f - U_0) \Rightarrow \Delta U = (490J - 196J) = 294J$$

SEGUNDA UNIDAD

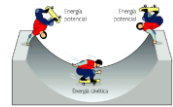
SECCIÓN DE EJERCICIOS

ENERGIA POTENCIAL

- 1) Un bloque de 2 kg reposa sobre una mesa a 80 cm del piso. Calcule la energía potencial del bloque en relación con: (a) el piso, (b) el asiento de una silla que está a 40 cm del piso y (c) el techo a 3 m del piso.
- 2) Un ladrillo de 1.2 kg está suspendido a 2 m de distancia arriba de un pozo de inspección y luego se le deja caer. El fondo del pozo está 3 m por debajo del nivel de la calle. Con respecto a la calle.
 - a) ¿cuál es la energía potencial del ladrillo en cada uno de esos lugares?
 - b) ¿Cuál es el cambio en términos de energía potencial?
- 3) En cierto instante, un proyectil de mortero desarrolla una velocidad de 60 m/s. Si su energía potencial en ese punto es igual a la mitad de su energía a cinética, ¿cuál es su altura sobre el nivel del suelo?
- 4) Un niño y su trineo con una masa combinada de 50kg bajan por una pendiente sin fricción. Si el trineo arranca desde el reposo y tiene una rapidez de 3.00 m/s en el fondo, ¿Cuál es la altura de la colina?
- 5) ¿Cuánta más energía potencial gravitacional tiene un martillo de 1.0kg que está en una repisa a 1.5m de altura, que cuando está en una a 0.90m de altura?

SEGUNDA UNIDAD

CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA



En ausencia de fricción, la suma de las energías potencial y cinética es una constante, siempre que no se agregue energía al sistema.

La energía no se crea ni se destruye solo se transforma, la conservación de la energía nos indica que en cualquier punto la suma de la energía cinética y potencial es la misma.

A la suma de la energía cinética y potencial se le llama **energía mecánica (E)**:

$$E = K + U$$

Esta Energía mecánica es constante en cualquier punto. Ahora bien si nos referimos a dos puntos tenemos una energía mecánica inicial y una energía mecánica final:

$$E_o = K_o + U_o$$

Es la energía mecánica inicial

$$E_o = \frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o$$

$$E_f = K_f + U_f$$

Es la energía mecánica final

$$E_f = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$$

Como la energía mecánica es la misma en cualquier punto: $E_o = E_f$

Igualemos ecuaciones:

$$K_o + U_o = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f$$

SEGUNDA UNIDAD

Ejemplo 1: Un objeto de 5kg de masa se deja caer desde una altura de 25m, calcule:

- La energía cinética, potencial y la energía mecánica o total cuando se dejó caer.
- La energía cinética, potencial y la energía mecánica o total cuando se encuentra a 10m del nivel del suelo

Solución:

a) Cuando se encontraba a 25m

$$K = 0$$

$$U = mgh = (5kg)(9.8m/s^2)(25m) = 1225J$$

$$E = K + U$$

$$E = 0 + 1225J = 1225J$$

La energía cinética es cero porque se deja caer indicando que estaba en reposo.

b) Cuando se encontraba a 10m del nivel del suelo.

$K = \frac{1}{2}mv^2$ Conocemos la masa pero no la velocidad a esa altura, como la velocidad inicial del objeto es

$$\text{cero: } h = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{v_f^2}{2g} \Rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

$$v = \sqrt{2(9.8m/s^2)(15m)} = \sqrt{294}$$

Cuando se soltó el objeto llevaba una altura recorrida de 15m

Sustituimos en la energía cinética:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

$$K = \frac{1}{2}(5kg)(\sqrt{294})^2$$

$$K = \frac{1}{2}(5kg)(790)$$

$$K = 735J$$

La energía potencial cuando estaba a 10m del nivel del suelo es:

$$U = mgh \Rightarrow U = (5kg)(9.8m/s^2)(10m) = 490J$$

La energía mecánica o total en ese punto es: la suma de la energía cinética y potencial:

$$K = 735J$$

$$U = 490J$$

$$E = K + U$$

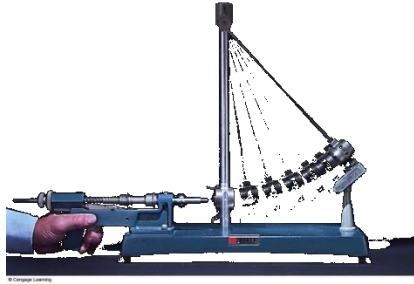
$$E = 735J + 490J = 1225J$$

Como vimos la energía mecánica se conserva tanto desde la altura de 25m y cuando estaba a 10m del nivel del suelo.

Ejemplo 2: Un péndulo de 0.8 m de longitud tiene en su extremo un peso de 3 kg.

- ¿Cuánto trabajo se requiere para mover el péndulo desde su punto más bajo hasta una posición horizontal?
- A partir de consideraciones de energía, halle la velocidad del peso cuando pasa por el punto más bajo en su oscilación.

SEGUNDA UNIDAD



- a) **Solución:** analicemos el inciso a, el péndulo llegara a una posición horizontal quiere decir que la máxima altura que alcanzara será de 0.8m, el trabajo que realizara es el trabajo realizado por la fuerza de gravedad y esa fuerza es el peso por lo tanto:

$$\text{Trabajo} = mg$$

$$\text{Trabajo} = (3\text{kg})(9.8\text{m/s}^2) = 29.4\text{J}$$

- b) Como nos dicen que a través de consideraciones de energía encontremos la velocidad cuando pasa por el punto más bajo de oscilación tenemos:

$$K_o + U_o = K_f + U_f$$

En el puntomás bajo, la altura inicial es cero, por lo que $U_o = 0$

Llegara al puntomás alto su velocidad final es cero por lo que $K_f = 0$

y nos queda que :

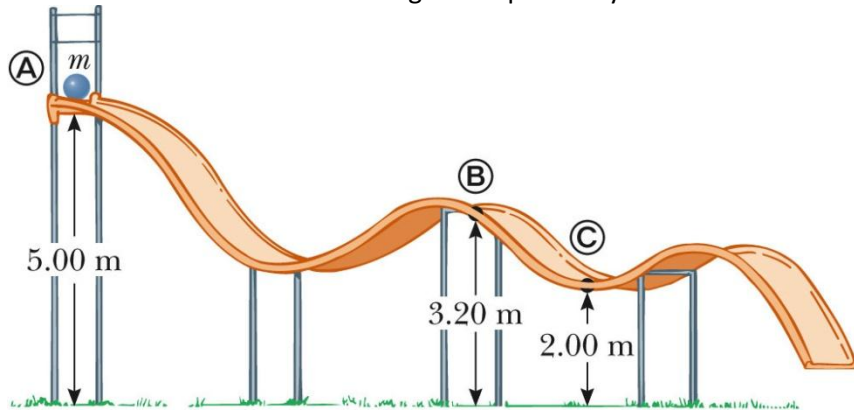
$$K_o = U_f$$

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = mgh_f \Rightarrow v_o = \sqrt{\frac{2mgh_f}{m}}$$

$$v_o = \sqrt{2gh_f} \Rightarrow v_o = \sqrt{2(9.8\text{m/s}^2)(0.8\text{m})} = 3.96\text{m/s}$$

SEGUNDA UNIDAD

Ejemplo 3: Una esfera tiene una velocidad inicial en el punto A de 5m/s como se muestra en la figura, Determine la velocidad cuando llega en el punto B y C.



Solución:

Cuando llega a B

Datos:

$$h_o = 5m$$

$$h_f = 3.20m$$

$$v_o = 5m/s$$

$$v_f = ?$$

Aplicamos la conservación de la energía:

$$K_o + U_o = K_f + U_f$$

$$\frac{1}{2}mv_o^2 + mgh_o = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgh_f \text{ despejamos } v_f$$

multiplicamos por 2 toda la ecuación :

$$mv_o^2 + 2mgh_o = mv_f^2 + 2mgh_f$$

sacamos factor común la masa

$$m(v_o^2 + 2gh_o) = m(v_f^2 + 2gh_f) \text{ como vemos se cancela la masa :}$$

$$v_o^2 + 2gh_o = v_f^2 + 2gh_f$$

$$v_o^2 + 2gh_o - 2gh_f = v_f^2 \Rightarrow v_f^2 = v_o^2 + 2g(h_o - h_f)$$

$$v_f = \sqrt{v_o^2 + 2g(h_o - h_f)} \Rightarrow v_f = \sqrt{(5m/s)^2 + 2(9.8m/s^2)(5m - 3.20m)}$$

$$v_f = 7.76m/s$$

SEGUNDA UNIDAD

Ahora cuando lleva en C, tomares la velocidad en B de 7.76m/s y nuestra incógnita será la velocidad que lleve en C, aplicamos la conservación de la energía:

$$K_B + U_B = K_C + U_C$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \text{ despejamos } v_C$$

multiplicamos por 2 y cancelamos la masa en la ecuación :

$$v_B^2 + 2gh_B = v_C^2 + 2gh_C$$

$$v_C^2 = v_B^2 + 2gh_B - 2gh_C$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gh_B - 2gh_C}$$

$$v_C = \sqrt{v_B^2 + 2g(h_B - h_C)} \Rightarrow v_C = \sqrt{(7.76 \text{ m/s})^2 + 2(9.8 \text{ m/s}^2)(3.20 \text{ m} - 2 \text{ m})}$$

$$v_C = 9.15 \text{ m/s}$$

Ejemplo 4: Un esfera de 5k se desliza a partir del reposo en la parte más alta de un plano inclinado a 37° . La altura original es de 5m. En ausencia de fricción, ¿cuál es la velocidad del trineo cuando llega al punto más bajo del plano inclinado?

Solución: aplicamos conservación de la energía:

Los datos son:

$$h_0 = 5 \text{ m}$$

$$h_f = 0 \text{ m}$$

$$v_0 = 0$$

$$v_f = ?$$

$$K_o + U_o = K_f + U_f \Rightarrow U_o = K_f$$

$$mgh_o = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow gh_o = \frac{1}{2}v_f^2 \text{ multiplicamos por dos toda la ecuación}$$

$$v_f^2 = 2gh_o$$

$$v_f = \sqrt{2gh_o} \Rightarrow v_f = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(5 \text{ m})}$$

$$v_f = 9.9 \text{ m/s}$$

SEGUNDA UNIDAD

SECCIÓN DE EJERCICIOS

Conservación de la energía

- 1) Una pesa de 18 kg se levanta hasta una altura de 12 m y después se suelta en caída libre. ¿Cuáles son la energía potencial, la energía cinética y la energía total en:
- El punto más alto,
 - 3 m sobre el nivel del suelo y
 - En el suelo

Respuesta:

- A 12 m: $U = 2120 \text{ J}$; $K = 0$; y $E = 2120 \text{ J}$
- A 3 m: $U = 529 \text{ J}$; $K = 1591 \text{ J}$; y $E = 2120 \text{ J}$
- $U = 0 \text{ J}$; $K = 2120 \text{ J}$; y $E = 2120 \text{ J}$

- 3) Un martillo de 4 kg se levanta a una altura de 10 m y se deja caer. ¿Cuáles son las energías potencial y cinética del martillo cuando ha caído a un punto ubicado a 4 m del nivel del suelo'?

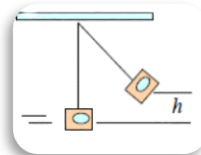
Respuesta: 157J y 235J

- 5) a) ¿Qué velocidad inicial debe impartirse a una masa de 5 kg para elevarla a una altura de 10 m? b) ¿Cuál es la energía total en cualquiera de los puntos de su trayectoria.

Respuesta:

- $v = 14.0 \text{ m/s}$
- $v = 490 \text{ J}$

- 2) Un péndulo simple de 1 m de longitud tiene en su extremo una pesa de 8 kg. a) ¿Cuánto trabajo se requiere para mover el péndulo desde su punto más bajo hasta una posición horizontal? b) A partir de consideraciones de energía, halle la velocidad de la pesa cuando pasa por el punto más bajo en su oscilación.



Respuesta:

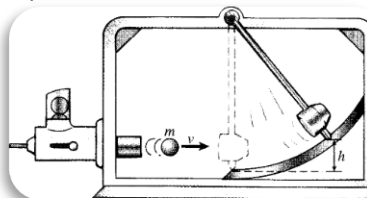
- 78.4 J
- $v = 4.43 \text{ m/s}$

- 4) a)Cuál será la velocidad del martillo del problema 3 justo antes de golpear el suelo? b)¿Cuál es la velocidad en el punto ubicado a 4 m?

Respuesta:

- $v = 14.0 \text{ m/s}$
- $v = 10.84 \text{ m/s}$

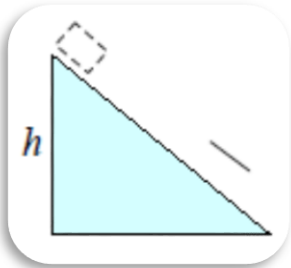
- 6) En la figura se ilustra un péndulo balístico. Una pelota de 40 g es golpeada por una masa suspendida de 500 g. Después del impacto, las dos masas se elevan una distancia vertical de 45 mm. Calcule la velocidad de las masas combinadas inmediatamente después del impacto.



Respuesta: 93.9cm/s

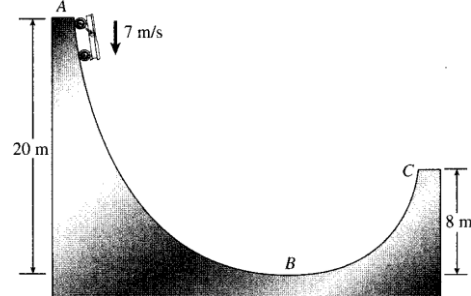
SEGUNDA UNIDAD

- 7) Un trineo de 100 lb se desliza a partir del reposo en la parte más alta de un plano inclinado a 37° . La altura original es de 80 ft. En ausencia de fricción, ¿cuál es la velocidad del trineo cuando llega al punto más bajo del plano inclinado?



Respuesta: $v = 71.6 \text{ ft/s}$

- 8) En la figura un carrito de 8 kg tiene una velocidad inicial de 7 m/s en su descenso. Desprecie la fricción y calcule la velocidad cuando el bloque llega al punto B.



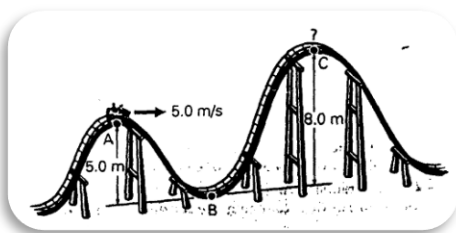
Respuesta: 21m/s

- 9) ¿Cuál es la velocidad del bloque de 8 kg en el punto C en el problema anterior?

Respuesta: $v_f = 16.9 \text{ m/s}$

- 10) Una muchacha que pesa 80 lb está sentada en un columpio cuyo peso es insignificante. Si se le imparte una velocidad inicial de 20 ft/s, ¿a qué altura se elevará? **Respuesta: 6.25 ft**

- 11) Un carro de montaña rusa viaja sobre una vía sin fricción como se muestra en la figura. a) Si su rapidez en el punto A es de 5.0 m/s, ¿qué rapidez tendrá en B? b) ¿Llegará al punto C? c) ¿Qué rapidez mínima debe tener en el punto A para llegar al punto C? **R. a) 11m/s b) no c) 7.7 m/s**

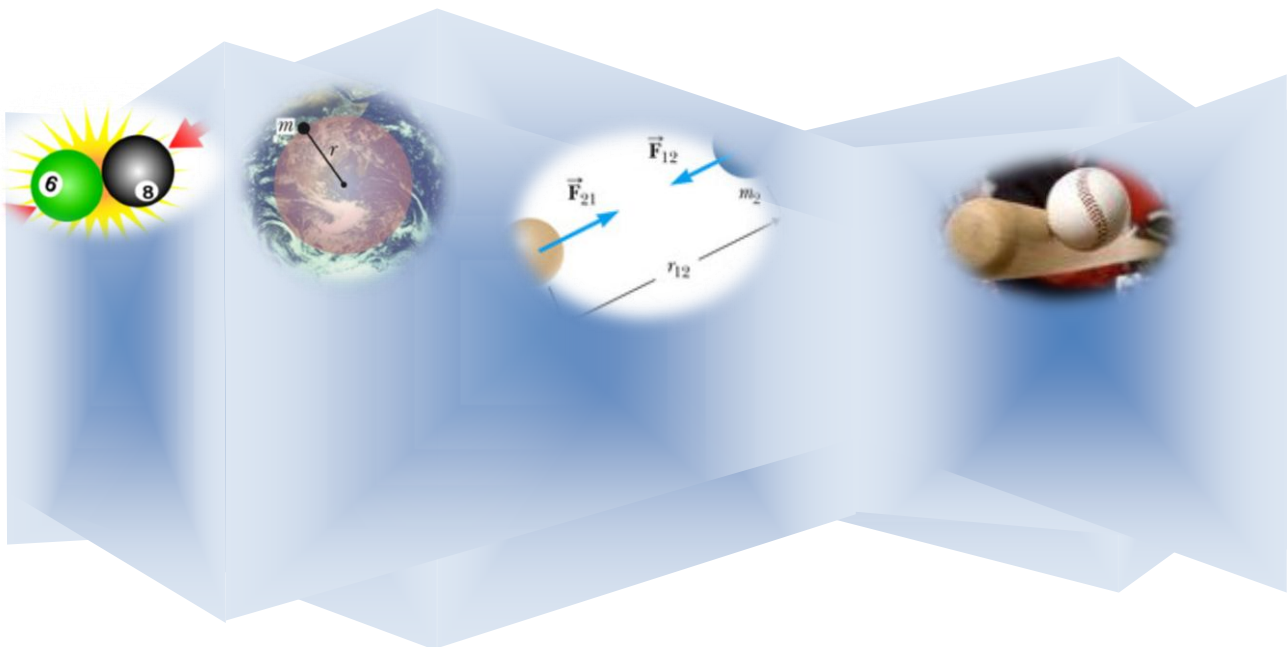


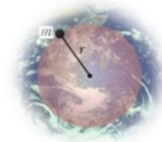
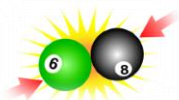
TERCERA UNIDAD

MOMENTUM LINEAL, COLISIONES Y GRAVITACIÓN

OBJETIVOS

- ✓ Establecer conceptos fundamentales del Momentum Lineal y gravitación.
- ✓ Aplicar conceptos fundamentales de Momentum Lineal y gravitación en la resolución correcta de problemas de aplicación.
- ✓ Establecer la diferencia entre colisiones elástica e inelásticas
- ✓ Establecer la importancia del estudio de Momentum Lineal y Gravitación en la vida cotidiana.





IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

La cantidad de movimiento P ; es el producto de una masa por su velocidad:

$$P = mv < \text{kg.m/s} >$$

Un cambio en la cantidad de movimiento sería: $\Delta P = mv_f - mv_o$

El impulso (I) es la fuerza que tiene un objeto por unidad de tiempo

$$I = F \cdot \Delta t < \text{Ns} >$$

Relación entre impulso y cantidad de movimiento.

$$I = \Delta P$$

$$I = F \cdot \Delta t$$

$$\Delta P = mv_f - mv_o$$

Igualando

$$F \cdot \Delta t = mv_f - mv_o : \text{Impulso y cantidad de movimiento.}$$

Como concluimos que el impulso **es el cambio en la cantidad de movimiento**.

Ejemplo 1: una llave de tuercas de 0.20kg cae desde una altura de 6m. ¿Cuál es la cantidad de movimiento antes de tocar el suelo?

Solución: la cantidad de movimiento es la masa por la velocidad, en este caso la masa por la velocidad justo antes de chocar con el suelo, entonces encontramos la velocidad final, la velocidad inicial es cero ya que la llave se deja caer.

$$\text{De la ecuación: } h = \frac{v_f^2 - v_o^2}{2g}$$

$$h = \frac{v_f^2}{2g}, \text{ despejando velocidad final}$$

$$\sqrt{2gh} = v_f$$

$$v_f = \sqrt{2(9.8 \text{ m/s}^2)(6 \text{ m})}$$

$$v_f = 10.84 \text{ m/s}$$

Ahora encontramos la cantidad de movimiento

$$P = mv$$

$$P = 0.20 \text{ kg} * 10.84 \text{ m/s}$$

$$P = 2.17 \text{ kg} * \text{m/s}$$

Ejemplo 2: Un palo de golf ejerce una fuerza promedio de 4000 N por 0.002s. ¿Cuál es el impulso dado a la pelota?

Solución: tenemos la fuerza y el tiempo por lo tanto:

$$I = F \cdot \Delta t$$

$$I = 4000 \text{ N} * 0.002 \text{ s}$$

$$I = 8 \text{ Ns}$$

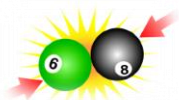
Ejemplo 3: Una pelota de golf de 50g sale del palo a 20 m/s. Si el palo está en contacto por 0.002 s, ¿qué fuerza promedio actuó en la pelota?

Solución:

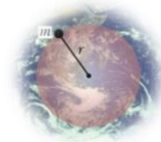
Datos:

$$m = 50 \text{ g} = 0.05 \text{ kg}$$

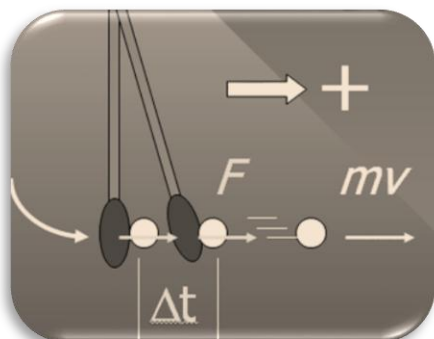
$$\Delta t = 0.002 \text{ s}$$



TERCERA UNIDAD



La velocidad inicial es cero ya que sabes que una pelota está en reposo ya después sale con una velocidad final de 20m/s



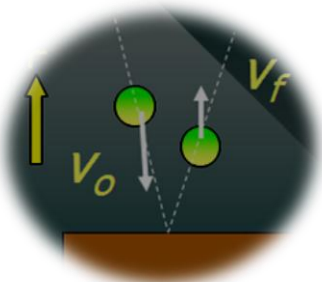
Entonces encontramos la fuerza promedio: $F \cdot \Delta t = mv_f - mv_o$

$$F \cdot \Delta t = mv_f - mv_o$$

$$F \cdot \Delta t = mv_f$$

$$F = \frac{mv_f}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{0.05 \text{ kg}(20 \text{ m/s})}{0.002 \text{ s}} = 500 \text{ N}$$

Ejemplo 4: Una pelota de 2kg pega en la superficie con una velocidad de 20m/s y rebota con una velocidad de 15 m/s. ¿Cuál es el cambio en la cantidad de movimiento?



Solución:

$$\Delta P = mv_f - mv_o = (2 \text{ kg})(15 \text{ m/s}) - (2 \text{ kg})(-20 \text{ m/s})$$

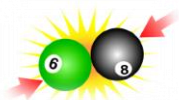
$$\Delta P = 70 \text{ kg m/s}$$

Ejemplo 5: Una pelota de 500-g se mueve a 20 m/s hacia un bat. La pelota choca con éste durante 0.002 s, y sale en dirección opuesta a 40 m/s. ¿Cuál es la fuerza promedio sobre la pelota?

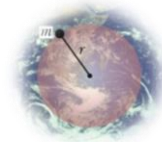
La figura muestra el suceso de la pelota con el bat:



Solución: Vemos que la velocidad inicial de la pelota es de -20 m/s ya que se dirige a la izquierda, y velocidad final de 40 m/s positiva hacia la derecha entonces:



TERCERA UNIDAD



$$F \cdot \Delta t = mv_f - mv_0$$

$$F = \frac{mv_f - mv_0}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{m(v_f - v_0)}{\Delta t}$$

$$F = \frac{0.5kg(40m/s - (-20m/s))}{0.002s}$$

$$F = \frac{0.5kg(40m/s + 20m/s)}{0.002s} = 15,000N$$

Resumen de formulas:

$$P = mv$$

$$\Delta P = mv_f - mv_o$$

$$I = F \cdot \Delta t$$

$$I = \Delta P$$

$$\Delta P = F \cdot \Delta t$$

$$I = mv_f - mv_o$$

$$F \cdot \Delta t = mv_f - mv_o$$

CONSERVACIÓN DEL MOMENTUM

Por la segunda ley de Newton $\sum Fx = ma$ pero si la velocidad permanece constante $\sum Fx = 0$, esto significa que cuando un objeto se mueve a velocidad constante, la masa permanece y su velocidad constante también por lo tanto la cantidad de movimiento se conserva.

Conservación del momentum Lineal para un sistema de dos partículas

Supongamos dos partículas la suma de sus fuerzas

Debe ser igual al cero

\vec{F}_{12} : fuerza que le hace la partícula uno a la dos

\vec{F}_{21} : fuerza que le hace la partícula dos a la uno

Sabes que la suma de sus fuerzas es cero:

$$\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$$

Entonces la suma de las cantidades del momentum debe

$$\sum P = 0$$

$P_1 + P_2 = 0$ (Constante) y de manera similar

$P_{1i} + P_{2i} = P_{1f} + P_{2f}$: **Siempre que dos o más partículas en un sistema asilado interactúan entre si su Momentum Lineal total permanece constante.**

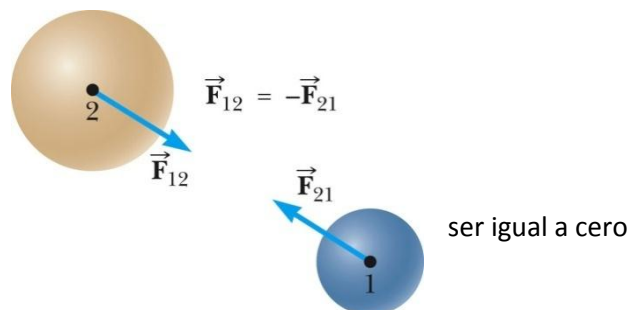
Esto significa que el Momentum total de un sistema aislado es igual en todo instante a su momento inicial.

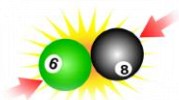
Dicho de otra forma la cantidad de movimiento inicial de ambas partículas es igual a la cantidad de movimiento final de ambas partículas

Desglosemos la conservación de la cantidad de movimiento:

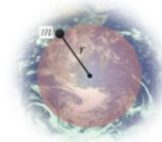
$$P_{o1} + P_{o2} = P_{1f} + P_{2f}$$

$$m_1 v_{o1} + m_2 v_{o2} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$





TERCERA UNIDAD



Ejemplo 1: Una niña de 20 kg y un niño en patines están parados frente a frente. Se empujan entre ellos lo más fuerte que pueden y el niño se mueve a la izquierda con una velocidad de 2 m/s, mientras que la niña se mueve hacia la derecha con una velocidad de 3 m/s. ¿Cuál es la masa del niño?

Solución: denotamos primero las velocidades iniciales y finales

Velocidad inicial del niño y la niña son cero debido a que están en reposo.

$$V_{01}=0$$

$$V_{02}=0$$

V_{f1} = velocidad final de la niña =3m/s positiva debido a que se mueve hacia la derecha

V_{f2} = velocidad final del niño= -2m/s; ya que se mueve hacia la izquierda

m_1 = masa de la niña 20kg

m_2 = masa del niño?

$$P_{o1} + P_{o2} = P_{1f} + P_{2f}$$

$$m_1 v_{o1} + m_2 v_{o2} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$0 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

Despejando la masa del niño

$$0 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$-m_1 v_{f1} = m_2 v_{f2} \Rightarrow m_2 = \frac{-m_1 v_{f1}}{v_{f2}} \Rightarrow m_2 = \frac{-(20\text{kg})(-2\text{m/s})}{3\text{m/s}} \Rightarrow m_2 = 13.33\text{kg}$$

Ejemplo 2: Dos niños, cuyos pesos son de 80 kg y 50 kg, están inmóviles sobre sus patines. El mayor de ellos empuja al más pequeño y éste se aleja a 6 m/s. ¿Cuál es la velocidad del niño mayor?

Solución: Las velocidades iniciales para ambos es cero por lo tanto:

$$0 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

V_{f1} = velocidad final del niño menor =6m/s positiva debido a que se mueve hacia la derecha

V_{f2} = velocidad final del niño mayor? Tiene que ser negativa debido que el niño menor se aleja

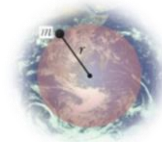
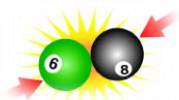
m_1 = masa de la niño menor 50kg

m_2 = masa del niño mayor 80 kg

De la ecuación despejamos la velocidad final del niño mayor:

$$0 = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$-m_1 v_{f1} = m_2 v_{f2} \Rightarrow v_{f2} = \frac{-m_1 v_{f1}}{m_2} \Rightarrow v_{f2} = \frac{-(50\text{kg})(6\text{m/s})}{80\text{kg}} \Rightarrow v_{f2} = -3.75\text{m/s}$$

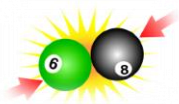


SECCIÓN DE EJERCICIOS

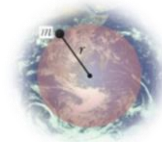
IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

- 1) Una llave de tuercas de 0.5 kg cae desde un altura de 10 m. ¿Cuál es su cantidad de movimiento inmediatamente antes de tocar el suelo? Respuesta: 7 kg*m/s; abajo
- 2) Una pelota de 500 g se desplaza de izquierda a derecha a 20 m/s. Un bat impulsa la pelota en la dirección opuesta a una velocidad de 36 m/s, El tiempo de contacto fue de 0.003 s. ¿Cuál fue la fuerza promedio sobre la pelota?
Respuesta: -9333 N
- 3) Un objeto de 5 kg y otro de 12 kg se aproximan entre sí a velocidades iguales de 25 m/s. ¿Cuáles serán sus velocidades después del impacto si el choque fue completamente inelástico? Respuesta; -10.3 m/s
- 4) Una pelota de béisbol de 0.2 Kg. lanzada hacia la izquierda a 20 m/s es impulsada en la dirección contraria a 35 m/s al ser golpeada por un bat. La fuerza promedio sobre la pelota es de 6400 N. ¿Cuánto tiempo estuvo en contacto con el bat?
Respuesta: 1.72×10^{-3} s
- 5) Una pelota de golf de 50 g de masa esta es golpeada con un palo de golf. La fuerza ejercida por el palo sobre la pelota varía desde cero, cuando se realiza el contacto, hasta cierto valor máximo (donde la pelota se deforma), volviendo a cero cuando la pelota se separa del palo. De este modo, la curva fuerza-tiempo se describe cualitativamente formando una trayectoria parabólica teniendo un alcance de 200m.
- a) Determine en cambio en la cantidad de movimiento.
Respuesta: 2.2kg*m/s
- b) Suponga que el palo de golf estuviera en contacto con la pelota durante un tiempo de 4.5×10^{-4} s ¿Cuál sería la magnitud de la fuerza promedio ejercida por el palo sobre la pelota? Respuesta: 4.9×10^3 N
- 6) Una bola de billar lanzada hacia la izquierda a 30 cm/s choca de frente con otra que se movía a la derecha a 20 cm/s. La masa es la misma. Si el choque es completamente elástico, ¿cuál será la velocidad de cada una tras el impacto?
Respuesta: La que se movía hacia la izquierda es de 20 cm/s y la que se movía hacia la derecha es de -30 cm/s
- 7) Un auto se detiene ante la luz de un semáforo cuando la luz cambia a verde, el auto se acelera, aumentando su rapidez de 0 a 5.20 m/s en 0.832 s. ¿Cuáles son las magnitudes del impulso y la fuerza media total experimentadas por el pasajero de 70 Kg. en el auto durante este tiempo.
Respuesta: 364 kg m/s hacia delante, 438 N hacia delante
- 8) Un pitcher dice que puede lanzar la pelota de béisbol de 0.145 kg con, igual cantidad de movimiento que una bala de 3.00 g que se mueve con una rapidez de 1.5×10^3 m/s
- a) ¿Cuál debe de ser la rapidez de la pelota de béisbol si es válida lo dicho por el pitcher?
- b) ¿Cuál tiene mayor energía cinética, la pelota o la bala.
Respuesta:
a) 31 m/s
b) La bala, 3.38×10^3 J contra 69 J
- 9) Un auto se detiene ante la luz de un semáforo cuando la luz cambia a verde, el auto se acelera, aumentando su rapidez de 0 a 5.20 m/s en 0.832 s. ¿Cuáles son las magnitudes del impulso y la fuerza media total experimentadas por el pasajero de 70 Kg. en el auto durante este tiempo.
Respuesta: 364 kg m/s hacia delante, 438 N hacia delante
- 10) La masa del camión de juguete de la figura es del triple de la masa del cochecito, y están unidos en su parte trasera por una cuerda y un resorte comprimido. Cuando el resorte se rompe, el cochecito se mueve a la izquierda a 6 m/s. ¿Cuál es la velocidad impartida al camión? Respuesta: 2m/s
- 11) Un taco de billar golpea la bola ocho con una fuerza promedio de 80 N durante un tiempo de 0.012s. Si la masa de la bola es 200 g, ¿cuál será su velocidad? Respuesta: 4.80 m/s
- 12) Calcule la cantidad de movimiento y la energía cinética de un automóvil de 2400 kg que avanza hacia el norte a 55 mi/h.
- 13) Un camión de 2500 kg que viaja a 40 km/h golpea una pared de ladrillo y se detiene en 0.2 s. ¿Cuál es la fuerza promedio sobre la pared durante el choque?
Respuesta: 1.39×10^5 N
- 14) Una fuerza promedio de 4000 N actúa sobre un trozo de metal de 400 g que estaba en reposo y le imprime un movimiento con velocidad de 30 m/s. ¿Cuál fue el tiempo de contacto en lo que se refiere a esta fuerza? Respuesta; 3micro segundos

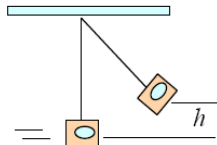




TERCERA UNIDAD



- 15) Una bala de 9 g está incrustada en un péndulo balístico de 2.0 kg (véase la figura). ¿Cuál fue la velocidad inicial con que se incrustó la bala si ambas masas combinadas se elevan hasta una altura de 9 cm? Respuesta: 9.9m/s



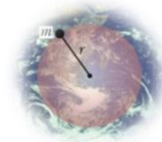
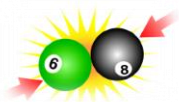
- 16) Un objeto de 600 g cuya velocidad es inicialmente de 12 m/s choca contra una pared y rebota con la mitad de su energía cinética original. ¿Cuál fue el impulso que recibió de la pared? Respuesta;12.3 Nm

- 17) El coeficiente de restitución del acero es 0.90. Si una bola de acero se deja caer desde una altura de 7 m, ¿hasta qué altura rebotará? Respuesta: 5.67m

- 18) Una pelota que se deja caer desde una posición de reposo sobre una placa horizontal fija rebota hasta una altura igual a 81% de su altura original. ¿Cuál es el coeficiente de restitución? Respuesta: 0.9

- 19) Un bloque de 300 g que se mueve hacia el norte a 50 cm/s choca contra otro de 200 g que se desplaza hacia el sur a 100 cm/s. Si el choque fue completamente inelástico, ¿cuál es la velocidad común de los bloques en cuanto empiezan a desplazarse juntos? Respuesta;-10 cm/s

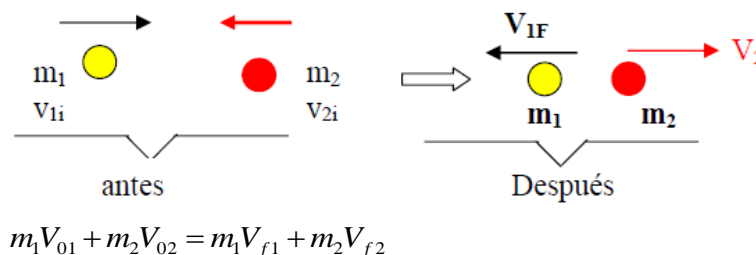
- 20) Un automóvil que circulaba a 8 m/s choca contra otro de la misma masa que estaba detenido frente a un semáforo. ¿Cuál es la pérdida en términos de energía cinética?



COLISIONES O CHOQUES EN UNA DIMENSION

Las colisiones o choques se clasifican en:

1. Colisiones elástica: Es cuando las velocidades después del choque toman distintos sentidos. Tanto la energía cinética total y la conservación del momentum se conserva antes y después del impacto o choque. Esto es:



Permanece constante:

Conservación en la cantidad de movimiento:

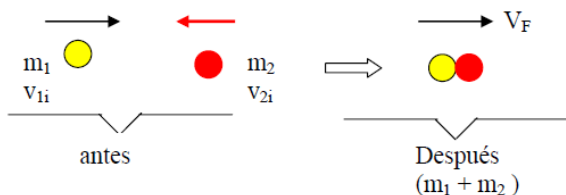
$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

Y la energía total antes y después del choque se conserva:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{f2}^2$$

2. Colisiones inelásticas: es aquella en la cual la energía cinética es la misma antes y después de la colisión aun cuando el momentum es constante.

El choque perfectamente inelástico se da cuando ambos cuerpos quedan pegados, teniendo una sola velocidad luego del choque. Al haber un cambio de forma no se conserva la energía cinética de los cuerpos. El coeficiente de restitución en este tipo de choques vale 0.



colision perfectamente inelastica:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_f + m_2 v_f$$

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = v_f (m_1 + m_2)$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2};$$

v_f : velocidad común después de la colisión.

Permanece constante:

Conservación en la cantidad de movimiento:

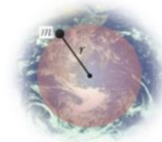
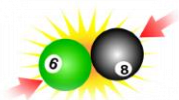
$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_f + m_2 v_f$$

Existe pérdida de la energía después del choque:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{f2}^2 + E_p$$

E_p : Energía perdida en el choque.

total no



COEFICIENTE DE RESTITUCIÓN “e”

Cuando dos cuerpos chocan, sus materiales pueden comportarse de distinta manera según las fuerzas de restitución que actúen sobre los mismos. Hay materiales cuyas fuerzas restituirán completamente la forma de los cuerpos sin haber cambio de forma ni energía cinética perdida en forma de calor, etc. En otros tipos de choque los materiales cambian su forma, liberan calor, etc., modificándose la energía cinética total.

Se define entonces un coeficiente de restitución (e) que evalúa esta pérdida o no de energía cinética, según las fuerzas de restitución y la elasticidad de los materiales.

$$e = \frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{01} - v_{02}}$$

v_{01}, v_{02} = Velocidades de los cuerpos 1 y 2 antes del choque

v_{f1}, v_{f2} = Velocidades de los cuerpos 1 y 2 después del choque

“e” es un número que varía entre 0 y 1.

Nota:

Si $e = 0$; choque perfectamente inelástico
Si $0 < e < 1$; choque semielástico o inelástico
Si $e = 1$; choque perfectamente elástico

COLISIONES ELÁSTICA E INELÁSTICAS

Ejemplo 1: Un automóvil de 3,000kg viaja a una velocidad de 75km/h, choca contra otro de 1500kg que inicialmente esta en reposo.

- ¿Calcule la velocidad después del choque si ambos se mantienen juntos?
- ¿Cuál es la pérdida de energía en la colisión?

Solución:

a) Como los carros se mantienen juntos después de la colisión es un choque perfectamente inelástico y encontramos la velocidad común o final después de la colisión en la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento:

$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_f + m_2 v_f$ Esta ecuación es útil para los dos tipos de colisiones.

Tomaremos al primer automóvil que tiene una masa y la llamaremos masa uno y su velocidad inicial uno como los 75km/h convirtiéndolo a m/s, al segundo automóvil como masa dos y su velocidad inicial dos. En realidad a quien le designe masa uno o masa dos no afecta el resultado.

Datos:

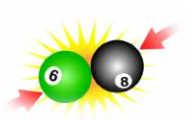
$$v_{01} = \frac{75km}{h} * \frac{1000m}{1km} * \frac{1h}{3600} = 20.83m/s$$

$$m_1 = 3000kg$$

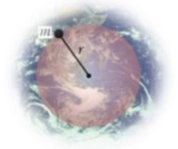
$$v_{02} = 0$$

$$m_2 = 1500kg$$

v_f : velocidad final común después
de la colisión.



TERCERA UNIDAD



$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_f + m_2 v_f$$

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = v_f (m_1 + m_2)$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_f = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2};$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{01}}{m_1 + m_2} \Rightarrow v_f = \frac{3000kg(20.83m/s)}{3000kg + 1500kg};$$

$$v_f = 13.88m/s$$

- b) Como es una colisión perfectamente inelástica existe pérdida de energía y utilizamos la ecuación:
La energía cinética inicial antes del choque es igual a la energía cinética final más una pérdida de energía, esto es:

$$k_{01} + k_{02} = k_{f1} + k_{f2} + E_p$$

$$\frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{f2}^2 + E_p$$

Despejamos esa pérdida de energía:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{f2}^2 + E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 - \frac{1}{2} m_1 v_{f1}^2 - \frac{1}{2} m_2 v_{f2}^2$$

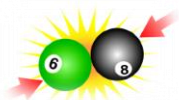
$$v_{f1} = v_{f2} = v_f \Rightarrow E_p = \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 - \frac{1}{2} m_1 v_f^2 - \frac{1}{2} m_2 v_f^2$$

$$E_p = \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 - \frac{1}{2} m_1 v_f^2 - \frac{1}{2} m_2 v_f^2$$

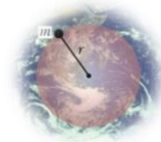
$$E_p = \frac{m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{02}^2 - v_f^2 (m_1 + m_2)}{2} \Rightarrow$$

$$E_p = \frac{3000kg(20.83m/s)^2 - (13.88m/s)^2 (3000kg + 1500kg)}{2}$$

$$E_p = 217,360.95J$$



TERCERA UNIDAD

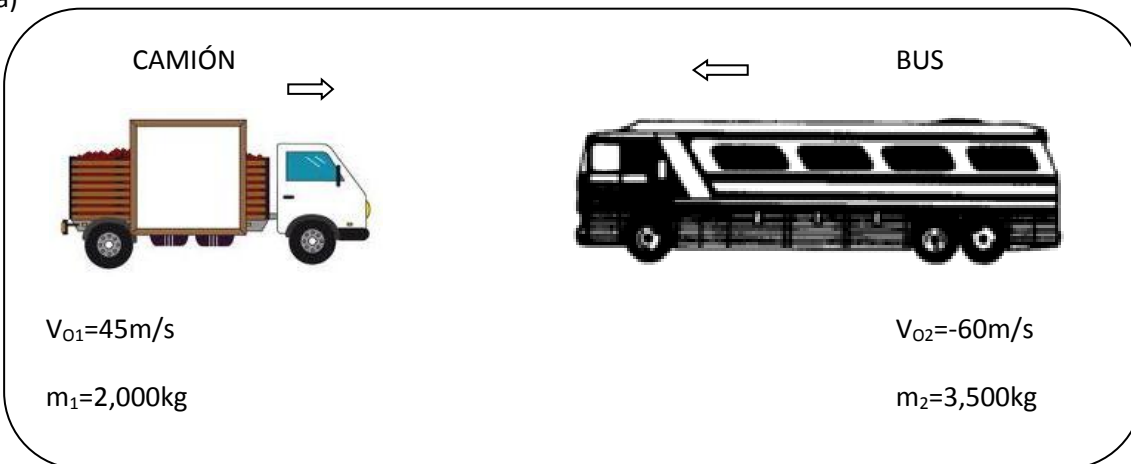


Ejemplo 2: Una bus de 3500kg que se mueve hacia la izquierda a 60m/s, choca contra un camión de 2000kg que se movía hacia la izquierda a 45m/s.

- ¿Cuál es la velocidad común después del choque?
- ¿Cuál es la pérdida de energía en la colisión?

Solución:

a)



Como nos dicen que la velocidad es común significa que después del choque quedaran juntos entonces aplicamos la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento para encontrar esa velocidad común:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_f + m_2 v_f$$

Despejamos v_f :

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_f + m_2 v_f$$

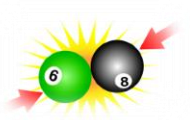
$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = v_f (m_1 + m_2)$$

$$v_f = \frac{m_1 v_{01} + m_2 v_{02}}{m_1 + m_2}$$

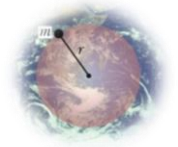
$$v_f = \frac{2000\text{kg}(45\text{m/s}) + (3500\text{kg})(-60\text{m/s})}{2000\text{kg} + 3500\text{kg}};$$

$$v_f = -21.82\text{m/s}$$

Después del choque los dos quedaron juntos a una velocidad de 22.5m/s hacia la izquierda.



TERCERA UNIDAD



b) Como es colisión inelástica existe pérdida de energía, encontramos esa perdida en:

$$\frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 = \frac{1}{2} m_1 v_f^2 + \frac{1}{2} m_2 v_f^2 + E_p$$

$$E_p = \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 - \frac{1}{2} m_1 v_f^2 - \frac{1}{2} m_2 v_f^2$$

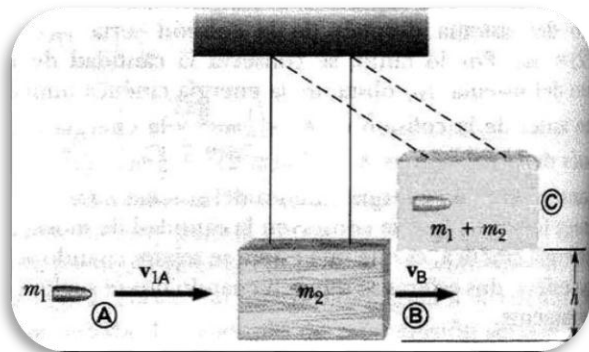
$$E_p = \frac{1}{2} m_1 v_{01}^2 + \frac{1}{2} m_2 v_{02}^2 - \frac{1}{2} m_1 v_f^2 - \frac{1}{2} m_2 v_f^2$$

$$E_p = \frac{m_1 v_{01}^2 + m_2 v_{02}^2 - v_f^2 (m_1 + m_2)}{2}$$

$$E_p = \frac{(2000\text{kg})(45\text{m/s})^2 + 3500\text{kg}(-60\text{m/s})^2 - (-21.82\text{m/s})^2(2000\text{kg} + 3500\text{kg})}{2}$$

$$E_p = 7.01 \times 10^6 \text{ J}$$

Ejemplo 3: El péndulo balístico es un sistema con el que se mide la velocidad de un proyectil que se mueve con rapidez, como una bala. La bala de 5 g se dispara hacia un gran bloque de madera de 1kg suspendido de algunos alambres ligeros. La bala es detenida por el bloque y todo el sistema se balancea hasta alcanzar la altura 5 cm. Puesto que el choque es perfectamente inelástico y el momento se conserva. Encuentre: La velocidad inicial del proyectil? V_{bala} = Velocidad de la bala antes del choque.



Solución: analicemos las velocidades antes y después del choque para la bala y el bloque:

Antes de la colisión:

Bala

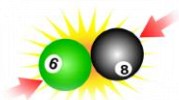
$V_{01(\text{bala})} = ?$

$m_{1(\text{bala})} = 5\text{g} = 0.005\text{kg}$

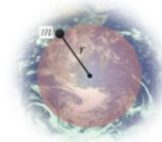
bloque

$V_{02} = 0$, está en reposo

$m_2 = 1\text{kg}$



TERCERA UNIDAD



Después de la colisión

La velocidad final es la misma ya que quedan juntos:

De la ecuación:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_f + m_2 v_f$$

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = v_f (m_1 + m_2)$$

Pero no tenemos la velocidad final y se necesita para encontrar la velocidad inicial uno.

Como el bloque y la bala empiezan a moverse desde una altura inicial de cero, hasta llegar a una altura máxima de 5cm. A través de la conservación de la energía cuando la bala se incrusta la energía cinética se convierte de cinética en potencial cuando llega a su punto máximo.

$$K_f = U_f$$

$$\frac{1}{2} m v_f^2 = m g h_f \Rightarrow \frac{1}{2} (m_{bala} + m_{bloque}) v_f^2 = (m_{bala} + m_{bloque}) g h_f$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2(m_{bala} + m_{bloque}) g h_f}{(m_{bala} + m_{bloque})}}$$

$$v_f = \sqrt{2 g h_f} \Rightarrow v_f = \sqrt{2(9.8 m/s^2)(0.05 m)}$$

$$v_f = 0.99 m/s$$

Ahora encontramos la velocidad inicial uno que es la de la bala antes de incrustarse en el bloque:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = v_f (m_1 + m_2) \Rightarrow v_{01} = \frac{v_f (m_1 + m_2)}{m_1}$$

$$v_{01} = \frac{0.99 m/s (0.005 kg + 1 kg)}{0.005 kg} = 198.99 m/s$$

Ejemplo 4: imagínese que en el problema anterior la bala hubiera atravesado el bloque a una velocidad de 14m/s elevándola a la misma altura ¿Cuál sería la velocidad de entrada?

Analizando de nuevo el problema antes y después del choque.

Antes de la colisión:

Bala

$$V_{01(bala)} = ?$$

$$m_{1(bala)} = 5g = 0.005 kg$$

bloque

$$V_{02} = 0, \text{ está en reposo}$$

$$m_2 = 1 kg$$

Bala

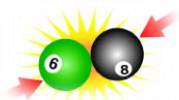
$$V_{f1(bala)} = 14 m/s$$

bloque

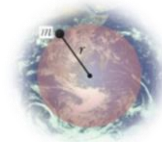
$$V_{f2} = 0.99 m/s$$

La velocidad es la misma y ya que h es la misma y no

Depende de la masa



TERCERA UNIDAD



Es una colisión inelástica pero no perfectamente ya que no quedaron juntos después de la colisión, pero la conservación de la cantidad de movimiento se aplica para cualquier tipo de colisión o choque:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$v_{01} = \frac{m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}}{m_1}$$

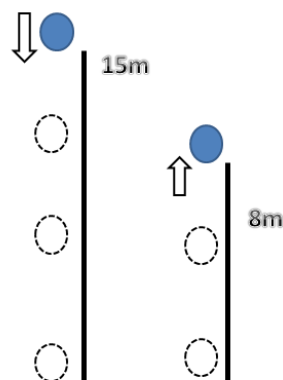
$$v_{01} = \frac{0.005kg(14m/s) + (1kg)(0.99m/s)}{0.005kg}$$

$$v_{01} = 212m/s$$

Ejemplo 5: Desde una altura de 15m se deja caer una esfera y rebota hasta una altura de 8m. Determine el coeficiente de restitución.

Solución: observamos la figura

Denotemos h_1 a la altura inicial antes del rebote lo cual se considera una colisión, h_2 a la altura después del rebote.



La velocidad antes de la colisión es :

$$\sqrt{2gh_1} \text{ y la velocidad después de}$$

la colisión es $\sqrt{2gh_2}$;

El coeficiente de restitución es la relación es :

$$e = \frac{\sqrt{2gh_2} : \text{después de la colisión}}{\sqrt{2gh_1} : \text{antes de la colisión}}$$

$$e = \sqrt{\frac{2gh_2}{2gh_1}}$$

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}}$$

$$e = \sqrt{\frac{h_2}{h_1}} \Rightarrow e = \sqrt{\frac{8}{15}} = 0.73$$

Ejemplo 6: Una bola de billar de 100g lanza hacia la derecha con una velocidad de 40m/s choca de contra otra de 90g que se movía hacia la izquierda a 35 m/s. si la colisión fue completamente elástica determine la velocidad de cada bola después del impacto.

Solución: aplicamos la ecuación de la cantidad de movimiento que se conserva en cualquier tipo de colisión:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$m_1 = 100g = 0.1kg$$

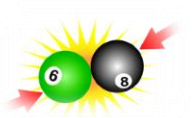
$$v_{01} = 40m/s$$

$$m_2 = 90g = 0.09kg$$

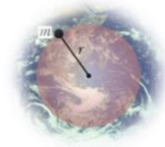
Datos: $v_{02} = -35m/s$

$$v_{f1} = ?$$

$$v_{f2} = ?$$



TERCERA UNIDAD



Sustituimos datos:

$$(0.1\text{kg})(40\text{m/s}) + (0.09\text{kg})(-35\text{m/s}) = 0.1\text{kg}v_{f1} + 0.09\text{kg}v_{f2}$$

$$4 - 3.15 = 0.1v_{f1} + 0.09v_{f2}$$

$$0.85 = 0.1v_{f1} + 0.09v_{f2}$$

Luego aplicamos la ecuación del coeficiente de restitución para una colisión elástica donde $e=1$.

$$e = \frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{01} - v_{02}} \Rightarrow e(v_{01} - v_{02}) = v_{f2} - v_{f1} \Rightarrow 1(v_{01} - v_{02}) = v_{f2} - v_{f1}$$

$$40 - (-35) = v_{f2} - v_{f1} \Rightarrow 40 + 35 = v_{f2} - v_{f1} \Rightarrow 75 = v_{f2} - v_{f1}$$

Tenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$0.85 = 0.1v_{f1} + 0.09v_{f2}$$

$$75 = v_{f2} - v_{f1}$$

Cualquier métodos de solución es válido, despejaremos v_{f2} en $75 = v_{f2} - v_{f1}$ quedando: $75 + v_{f1} = v_{f2}$ sustituimos en:

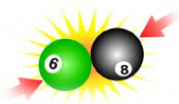
$$0.85 = 0.1v_{f1} + 0.09v_{f2}$$

$$0.85 = 0.1v_{f1} + 0.09(75 + v_{f1}) \Rightarrow 0.85 = 0.1v_{f1} + 6.75 + 0.09v_{f1}$$

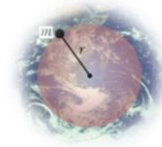
$$0.85 - 6.75 = 0.1v_{f1} + 0.09v_{f1}$$

$$-5.9 = 0.19v_{f1} \Rightarrow v_{f1} = \frac{-5.9}{0.19}$$

$$v_{f1} = -31\text{m/s}$$



TERCERA UNIDAD



Encontramos ahora v_{f2} en: $75 + v_{f1} = v_{f2}$

$$v_{f2} = 75 + v_{f1} \Rightarrow v_{f2} = 75 + (-31)$$

$$v_{f2} = 44 \text{ m/s}$$

Ejemplo 7: una pelota de 3kg se desplaza hacia la izquierda a una rapidez de 21 m/s choca de frente contra otra de 5 kg que viaja a la derecha a 13m/s.

- Encuentre la velocidad de cada pelota si ambas quedan pegadas después de la colisión
- Encuentre la velocidad de ambas después del choque si existe un coeficiente de restitución de 0.7

Solución:

- Es una colisión perfectamente inelástica

Datos:

$$m_1 = 3 \text{ kg}$$

$$v_{01} = -21 \text{ m/s}$$

$$m_2 = 5 \text{ kg}$$

$$v_{02} = 13 \text{ m/s}$$

$$v_{f1} = ?$$

$$v_{f2} = ?$$

Aplicamos la ecuación de la cantidad de movimiento y sustituimos datos:

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$(3)(-21) + 5(13) = 3v_{f1} + 5v_{f2}$$

$$2 = 3v_{f1} + 5v_{f2} \Rightarrow 2 = 3v_f + 5v_f$$

$$2 = 8v_f$$

$$v_f = 0.25 \text{ m/s}$$

- Ahora no quedan pegadas ya que existe un coeficiente de restitución de 0.7

Aplicamos la ecuación de la cantidad de movimiento

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{f1} + m_2 v_{f2}$$

$$(3)(-21) + 5(13) = 3v_{f1} + 5v_{f2}$$

$$2 = 3v_{f1} + 5v_{f2}$$

- Aplicamos la ecuación de restitución en una colisión

$$e = \frac{v_{f2} - v_{f1}}{v_{01} - v_{02}}$$

$$e(v_{01} - v_{02}) = v_{f2} - v_{f1}$$

$$0.7(-21 - 13) = v_{f2} - v_{f1}$$

$$-23.8 = v_{f2} - v_{f1}$$

Tenemos los siguientes sistemas:

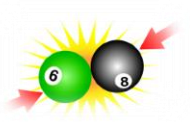
$$2 = 3v_{f1} + 5v_{f2}$$

$$-23.8 = v_{f2} - v_{f1}$$

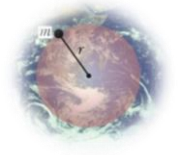
Ordenamos términos:

$$2 = +3v_{f1} + 5v_{f2}$$

$$-23.8 = -v_{f1} + v_{f2}$$



TERCERA UNIDAD



Método de eliminación:

$$\left. \begin{array}{l} 2 = +3v_{f1} + 5v_{f2} \\ -23.8 = -v_{f1} + v_{f2} \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 = +3v_{f1} + 5v_{f2} \\ (*3)(-23.8 = -v_{f1} + v_{f2}) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} 2 = +3v_{f1} + 5v_{f2} \\ -71.4 = -3v_{f1} + 3v_{f2} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{r} 2 = \cancel{+3v_{f1}} + 5v_{f2} \\ -71.4 = \cancel{-3v_{f1}} + 3v_{f2} \\ \hline \end{array}$$

$$-69.4 = 8v_{f2}$$

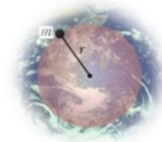
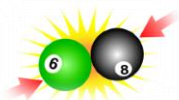
$$v_{f2} = -8.68 \text{ m/s}$$

Encontramos la velocidad final uno en:

$$2 = +3v_{f1} + 5v_{f2}$$

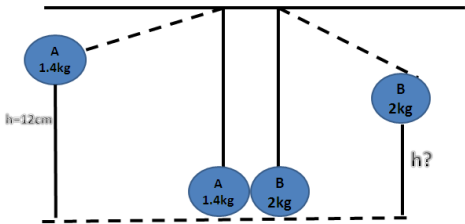
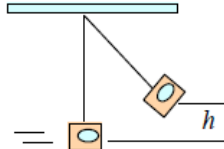
$$v_{f1} = \frac{2 - 5v_{f2}}{3} \Rightarrow v_{f1} = \frac{2 - 5(-8.68)}{3}$$

$$v_{f1} = 15.13 \text{ m/s}$$



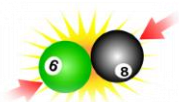
SECCIÓN DE EJERCICIOS

Colisiones elásticas e inelásticas

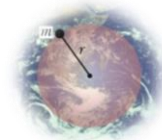
- 1) Un automóvil que circulaba a 8 m/s choca contra otro de la misma masa que estaba detenido frente a un semáforo. ¿Cuál es la velocidad de los autos chocados inmediatamente después de la colisión, suponiendo que ambos se mantengan juntos?
 - a) 0 m/s
 - b) 8 m/s
 - c) 4m/s
 - d) Ninguna de las anteriores
- 2) Un camión de 2000 kg que viaja a 10 m/s choca contra un automóvil de 1200 kg que inicialmente estaba en reposo. ¿Cuál es la velocidad común después del choque si ambos se mantienen juntos? ¿Cuál es la pérdida en términos de energía cinética?
 - a) 0m/s y 10,000J
 - b) 6.25m/s y 75,000J
 - c) 6.25m/s y 37,500J
 - d) Ninguna de las anteriores
- 3) Un objeto de 20 g que se mueve hacia la izquierda a 8 m/s choca de frente con un objeto de 10 g que se desplaza hacia la derecha a 5 m/s. ¿Cuál será la velocidad combinada de ambos después del impacto?
 - a) 3.67m/s
 - b) -3.67m/s
 - c) 0 m/s
 - d) Ninguna de las anteriores
- 4) Una bala de 9 g está incrustada en un péndulo balístico de 2.0 kg. ¿Cuál fue la velocidad inicial con que se incrustó la bala si ambas masas combinadas se elevan hasta una altura de 9 cm?
 - a) 100m/s
 - b) 198 m/s
 - c) 297 m/s
 - d) Ninguna de las anteriores
- 5) Dos bolas de metal A y B suspendidas como se muestra en la figura así que cada una toca a la otra. Las masas se indican en la figura. La bola A se jala hacia a un lado hasta que queda a 12 cm sobre su posición inicial y luego se deja caer. Si golpea la bola B en una colisión completamente elástica, halle la altura h alcanzada por la bola B, suponiendo que la fricción sea cero.
 
- 6) Un bloque de barro de 2 kg está unido al extremo de una cuerda como indica la figura. Una bola de acero de 500 g se incrusta en el barro y ambos se elevan juntos hasta una altura de 20 cm. Halle la velocidad a la cual se incrustó la bola.
 

- a) 11cm
- b) 4cm
- c) 8cm
- d) Ninguna de las anteriores

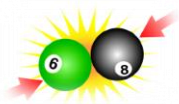
- a) 19.6m/s
- b) 9.9m/s
- c) 5m/s
- d) Ninguna de las anteriores



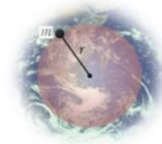
TERCERA UNIDAD



- 7) En el problema anterior suponga que la bola de 500 g atraviesa por completo el barro y sale del otro lado con una velocidad de 10 m/s. ¿Cuál fue la nueva velocidad de entrada si el bloque se elevó a la misma altura anterior de 20 cm?
- 17.92m/s
 - 89.13m/s
 - 12 m/s
 - Ninguna de las anteriores
- 9) El coeficiente de restitución del acero es 0.90. Si una bola de acero se deja caer desde una altura de 7 m, ¿hasta qué altura rebotará?
- 0.67m
 - 5.67m
 - 0.11m
 - Ninguna de las anteriores
- 11) Un bloque de 300 g que se mueve hacia el norte a 50 cm/s choca contra otro de 200 g que se desplaza hacia el sur a 100 cm/s. Si el choque fue completamente inelástico, ¿cuál es la velocidad común de los bloques en cuanto empiezan a desplazarse juntos? ¿Cuál es la pérdida de energía?
- 1377.5J
 - 0.135J
 - 0.036J
 - Ninguna de las anteriores
- 13) Un objeto de 5 kg y otro de 12 kg se aproximan entre sí a velocidades iguales de 25 m/s. ¿Cuáles serán sus velocidades después del impacto si el choque fue completamente elástico?
- $v_{f1} = 45.59 \text{ m/s}, v_{f2} = -4.41 \text{ m/s}$
 - $v_{f1} = -45.59 \text{ m/s}, v_{f2} = 4.41 \text{ m/s}$
 - $v_{f1} = 0 \text{ m/s}, v_{f2} = 100 \text{ m/s}$
 - Ninguna de las anteriores
- 8) Una bola de billar lanzada hacia la izquierda a 30 cm/s choca de frente con otra que se movía a la derecha a 20 cm/s. La masa es la misma. Si el choque es completamente elástico, ¿cuál será la velocidad de cada una tras el impacto?
- La que se lanzó hacia la izquierda tiene una velocidad final de 20cm/s, y la que se lanzó hacia la derecha tiene una velocidad final de -30cm/s
 - La que se lanzó hacia la izquierda tiene una velocidad final de -40cm/s, y la que se lanzó hacia la derecha tiene una velocidad final de -60cm/s
 - Las velocidades tras el impacto son cero
 - Ninguna de las anteriores.
- 10) ¿Cuánto tiempo transcurre entre el primer contacto con la superficie y el segundo contacto con el problema anterior?
- 1.07s
 - 2s
 - 2.15s
 - Ninguna de las anteriores
- 12) Un objeto de 0.3 kg se desplaza hacia la derecha a $v_{01} = 0.5 \text{ m/s}$ colisiona con otra de 0.2kg que se desplazaba a la izquierda a $v_{02} = 1 \text{ m/s}$. Si la colisión es perfectamente elástica ¿Cuál será la velocidad v_{f1}, v_{f2} después del impacto?
- $v_{f1} = -0.8 \text{ m/s}, v_{f2} = 0.7 \text{ m/s}$
 - $v_{f1} = 0.7 \text{ m/s}, v_{f2} = -0.8 \text{ m/s}$
 - $v_{f1} = -0.7 \text{ m/s}, v_{f2} = 0.8 \text{ m/s}$
 - Ninguna de las anteriores
- 14) Un cuerpo de 60 g que se mueve hacia la derecha con una velocidad inicial de 100 cm/s choca con un cuerpo de 150 g que se movía hacia la izquierda a 30 cm/s. El coeficiente de restitución es de 0.8. ¿Cuáles son las velocidades de ambos después del impacto? ¿Qué porcentaje de la energía se ha perdido en el impacto?
- $v_{f1} = -57 \text{ cm/s}, v_{f2} = 47 \text{ cm/s}$
 - $v_{f1} = -125 \text{ cm/s}, v_{f2} = -21 \text{ cm/s}$
 - $v_{f1} = -67.14 \text{ cm/s}, v_{f2} = 36.85 \text{ cm/s}$
 - Ninguna de las anteriores



TERCERA UNIDAD



15) Una bala de 12 gr. se dispara contra un bloque de madera de 100 gr. inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Después del impacto el bloque se desliza 7.5 m antes de detenerse. Si el coeficiente de fricción entre el bloque y la superficie es 0.65, ¿cuál es la velocidad de la bala inmediatamente antes del impacto?

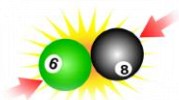
- a) 45.61m/s
- b) 0
- c) 91.23m/s
- d) Ninguna de las anteriores

17) Una masa de 2.00kg que se mueve en la dirección de las x positivas con una velocidad de 6.00m/s choca elásticamente de frente con una masa M. después del choque, la masa de 2.00kg queda en reposo y la masa M se mueve a una velocidad de 12.0m/s. Determine la masa M y su velocidad antes del choque

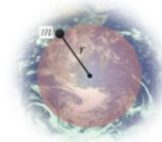
- a) 1/3 kg, -3m/s
- b) 2/3 kg, -6 m/s
- c) 4/3 kg, -9 m/s
- d) Ninguna de las anteriores

16) Un bloque de 10.0kg resbala hacia la derecha sobre una superficie horizontal sin fricción con una velocidad de 4.00m/s. Choca elásticamente con un bloque de masa M que estaba en reposo. Inmediatamente después del choque el bloque de 10.0kg resbala hacia la izquierda a una velocidad de 2.00m/s. Determine la masa M y su velocidad después de la colisión.

- a) 15kg, 1m/s
- b) 30kg, 2m/s
- c) 60kg, 2m/s
- d) Ninguna de las anteriores



TERCERA UNIDAD



GRAVITACIÓN

Toda partícula en el universo atrae a cualquier otra partícula con una fuerza directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa.

Si las partículas tienen m_1 y m_2 y están separadas por una distancia r , la magnitud de esta fuerza gravitacional es:

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \text{ Donde:}$$

F_g = Fuerza gravitacional de Newton

m_1 y m_2 = Masa uno y masa dos

r = Distancia de separación entre las masas

G = Constante Gravitacional universal, medido experimentalmente

$$G = 6.67 \times 10^{-11} \frac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$$

Fuerza gravitacional y gravedad

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \text{ ley de gravitación universal de Newton}$$

$$F_g = \frac{Gm_1M_T}{R_T^2};$$

M_T = masa de la Tierra ($5.98 \times 10^{24} \text{ kg}$)

m_1 = masa de cualquier objeto en la Tierra

R_T = Radio de la Tierra ($6.37 \times 10^6 \text{ m}$)

Debido a la fuerza gravitacional la Tierra atrae a la masa de cualquier objeto y esa fuerza es el peso:

$$F_g = m_1g; \text{ sustituyendo en la ecuación: } F_g = \frac{Gm_1M_T}{R_T^2}$$

$$m_1g = \frac{Gm_1M_T}{R_T^2}$$

$$g = \frac{GM_T}{R_T^2}$$

Esto nos indica que no importa la masa de cualquier objeto, todos caen con una misma aceleración g . Para alturas cercanas a la Tierra g se asume constante pero a medida que la altura aumenta grandemente " g " varía y no es constante.

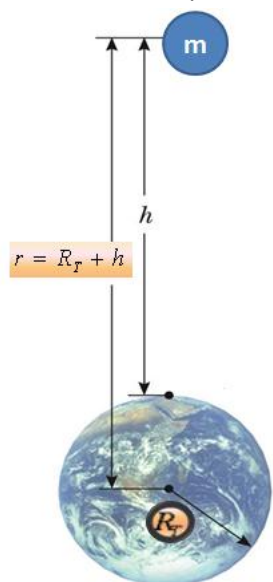
Un cuerpo de masa m a una altura h sobre la Tierra está dado por:

$$\text{Por la fuerza gravitacional de Newton: } F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

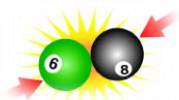
" r " es la distancia de separación entre las masas, en este caso entre la masa m y la masa de la Tierra (M_T)

Vemos que:

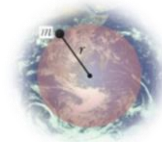
$$r = R_T + h$$



MOMENTUM LINEAL, COLISIONES Y GRAVITACIÓN



TERCERA UNIDAD

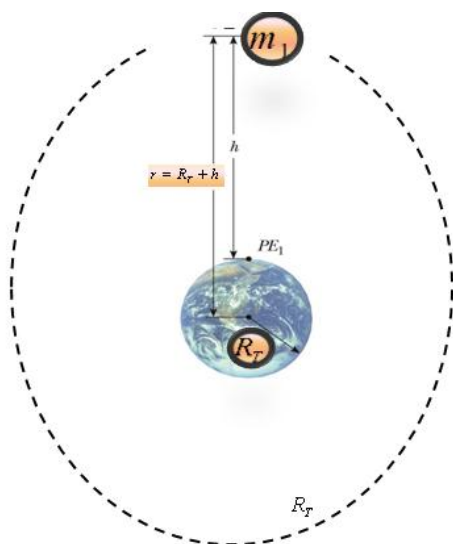


$$F_g = \frac{Gm_1M_T}{(R_T + h)^2}$$

Con base a esta ecuación podemos analizar las orbitas de los planetas, supongamos que m_1 = la masa de un satélite, M_T = la masa de la Tierra y queremos averiguar la velocidad del satélite.

Tenemos la ecuación: $F_g = \frac{Gm_1M_T}{(R_T + h)^2}$

La fuerza gravitacional está dada por:



$$F_g = \frac{Gm_1M_T}{(R_T + h)^2}$$

Por la segunda ley de Newton: $F = m_1a$

pero la fuerza hacia el centro es la fuerza centripeta:

$$F_c = m_1a_c$$

y la aceleración centripeta es: $a_c = \frac{v^2}{r}$

$$F_c = \frac{m_1v^2}{r} = F_g$$

$$F_c = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$$

$$\frac{m_1v^2}{r} = \frac{Gm_1M_T}{r^2} \Rightarrow v^2 = \frac{GM_T}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}}$$

r es la distancia que separa al satélite del planeta desde sus centros.

$$r = R_T + h$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T + h}}$$

Ejemplo 1: Dos pelotas de 10kg y de 8kg respectivamente están colocados de modo que sus centros están separados 1.5m. ¿Cuál es la fuerza de atracción?

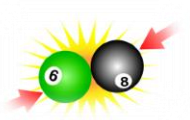
Solución: la fuerza de atracción es la fuerza de atracción gravitacional y la distancia de separación es r que es de 1.5m de modo que:

$$F_g = \frac{Gm_1m_2}{r^2} \Rightarrow F_g = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2)(10\text{kg})(8\text{kg})}{(1.5\text{m})^2} = 2.37 \times 10^{-9} \text{ N}$$

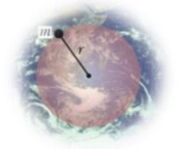
Ejemplo 2: ¿A qué distancia de la superficie de la Tierra se reduce a la tercera parte el peso de una persona?

Solución el peso de una persona es F_g y como dicen que es la tercera parte es $F_g/3$

$$\text{De la ecuación: } F_g = \frac{Gm_1M_T}{r^2}$$



TERCERA UNIDAD



$$\frac{F_g}{3} = \frac{Gm_1M_T}{r^2} \Rightarrow \cancel{m_1}g = \frac{G\cancel{m_1}M_T}{r^2}$$

$$\frac{g}{3} = \frac{GM_T}{r^2}; \text{ como nos piden a que distancia la persona}$$

tiene la tercera parte de su peso se refiere a la altura "h"

$$r = R_T + h$$

$$\frac{g}{3} = \frac{GM_T}{(R_T + h)^2}; \text{ despejamos } h \Rightarrow (R_T + h)^2 = \frac{GM_T}{\frac{g}{3}}$$

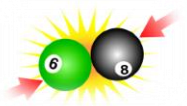
$$(R_T + h)^2 = \frac{3GM_T}{g} \Rightarrow R_T + h = \sqrt{\frac{3GM_T}{g}}$$

$$h = \sqrt{\frac{3GM_T}{g}} - R_T$$

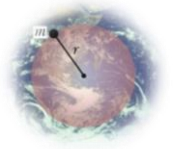
$$h = \sqrt{\frac{3(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{9.8 \text{ m/s}^2}} - 6.37 \times 10^6 \text{ m}$$

$$h = 4.68 \times 10^6 \text{ m}$$

Equivalente a 4,680km de altura sobre la superficie de la Tierra una persona pierde la tercera parte de su peso.



TERCERA UNIDAD



Ejemplo 3: un astronauta de 70kg viaja en una nave espacial que se mueve en órbita circular de 1000km. sobre la superficie de la Tierra

- a) ¿Cuál debe ser la velocidad de la estación espacial

Solución: solucionaremos este problema con conceptos de movimiento circular y de fuerza gravitacional, de la ecuación:

$$h = 1000\text{km} = 1 \times 10^6 \text{ m}$$

$$r = R_T + h = 5.98 \times 10^6 \text{ m} + 1 \times 10^6 \text{ m} = 6.98 \times 10^6 \text{ m}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2)(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{6.98 \times 10^6 \text{ m}}}$$

$$v = 7,559.37 \text{ m/s}$$

- b) ¿Cuál es el peso del astronauta?

Solución: en este caso se utiliza la ley de Gravitación Universal de Newton debido a que g no es constante.

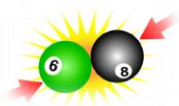
$$F_g = \frac{Gm_1M_T}{r^2}$$

m_1 = masa del astronauta

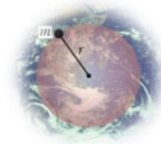
F_g = peso del astronauta

$$F_g = \frac{Gm_1M_T}{r^2} \Rightarrow F_g = \frac{(6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2 / \text{kg}^2)(70 \text{ kg})(5.98 \times 10^{24} \text{ kg})}{(6.98 \times 10^6 \text{ m})^2}$$

$$F_g = 573.1 \text{ N}$$



TERCERA UNIDAD



SECCIÓN DE EJERCICIOS

- 1) Una masa de 3 kg., está colocada a 10 cm., de una masa de 6kg., ¿Cuál es la fuerza gravitacional resultante sobre una masa de 2 kg., colocada en el punto medio de una recta que une las dos primeras masas?

Respuesta: 1.60×10^{-7} N

- 3) Una masa de 60 kg., y una masa de 20 kg., están a una distancia de 10 m. ¿en qué punto de la recta que une a estas dos masas se puede colocar otra masa de manera que la fuerza resultante sobre ella sea cero?

Respuesta: $x = 6.34$ m de la masa de 60 kg.

- 5) ¿Cuál es la velocidad orbital de un satélite cuya órbita se encuentra a 1200 km., por encima de la superficie de la Tierra?
- 7) ¿Cuál debe ser la velocidad de un satélite colocado 1000 millas por encima de la superficie de la Tierra si se tiene que desplazar en una trayectoria circular?

- 2) La aceleración debida a la gravedad en un planeta distante es de 5 m/s^2 y el radio del planeta es de 4560 km., aproximadamente. Use la ley de la gravitación para estimar la masa de ese planeta.

Respuesta: $m_p = 1.56 \times 10^{24}$ kg

- 4) La masa de Júpiter es de 1.90×10^{27} kg., y su radio mide 7.15×10^7 m. ¿Qué rapidez debe alcanzar una nave espacial para volar en círculos a una altura de 6×10^7 m. sobre la superficie de Júpiter?

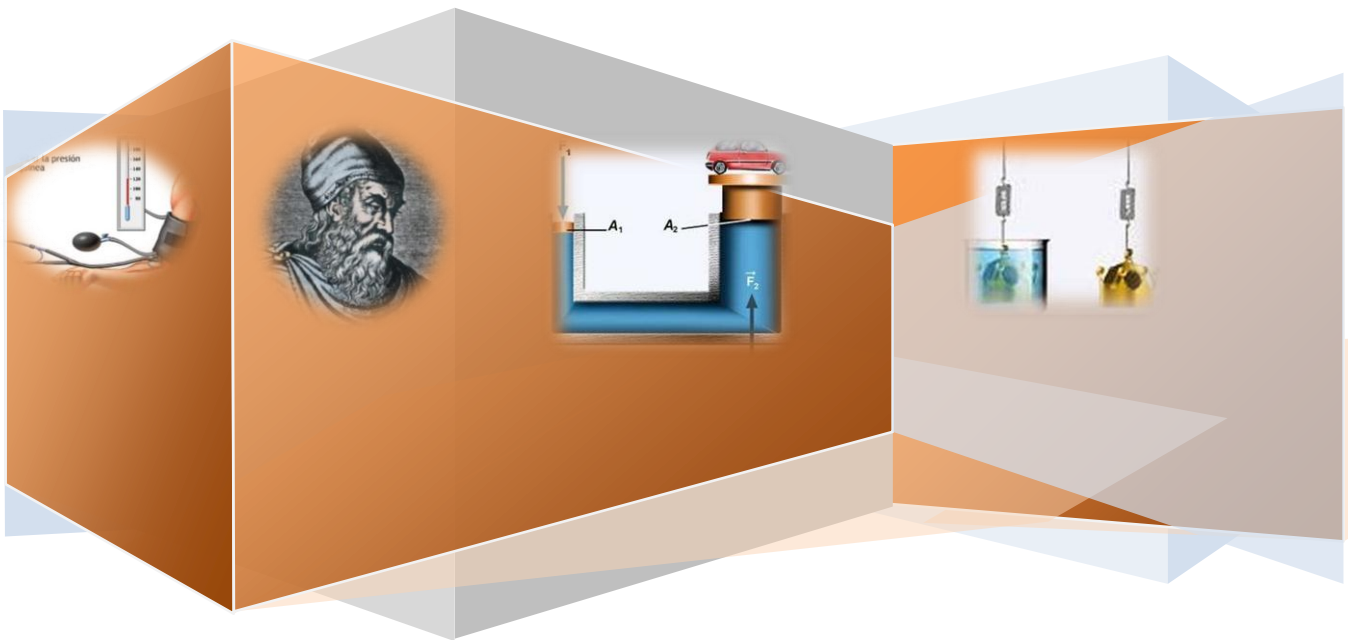
- 6) El radio de la Luna es de 1.74×10^6 m. y la aceleración debida a la gravedad en su superficie es de 1.63 m/s^2 . Aplique la ley de la gravitación universal para hallar la masa de la Luna.

CUARTA UNIDAD

MECÁNICA DE FLUIDOS Y TEMPERATURA

OBJETIVOS

- ✓ Establecer y aplicar los conceptos de densidad y presión de fluido para resolver problemas físicos.
- ✓ Definir y aplicar los conceptos de presiones absoluta, manométrica y atmosférica.
- ✓ Establecer la ley de Pascal y aplicarla para presiones de entrada y salida.
- ✓ Establecer y aplicar el principio de Arquímedes para resolver problemas físicos.



MECANICA DE FLUIDOS

Parte de la física que se ocupa de la acción de los fluidos en reposo o en movimiento, así como de las aplicaciones y mecanismos de ingeniería que utilizan fluidos. La mecánica de fluidos es fundamental en campos tan diversos como la aeronáutica, la ingeniería química, civil e industrial, la meteorología, las construcciones navales y la oceanografía. Entre las aplicaciones de la mecánica de fluidos están la propulsión a chorro, las turbinas, los compresores y las bombas. Se entiende por fluido todo cuerpo cuyas moléculas tienen entre sí poca coherencia y toma siempre la forma del recipiente donde está contenido. Se considera como un fluido a la materia en estado líquido y gaseoso

DENSIDAD ρ (ro); es la masa de un cuerpo por unidad de volumen. $Densidad = \frac{Masa}{Volumen}$

$$\rho = \frac{m}{V} \langle kg / m^3 \rangle$$

El peso específico (D) de un objeto es la relación entre el peso de cualquier partícula u objeto entre su volumen:

$$D = \frac{W}{V} \langle N / m^3 \rangle$$

Densidad específica $\rho_E = \frac{\rho_{SUSTANCIA}}{\rho_{AGUA}}$; es la relación de cualquier sustancia dividida la densidad del agua,

algunos la llaman gravedad específica pero la relación correcta es densidad relativa o específica y es a dimensional.

Ejemplo 1: un depósito tiene 3m de largo, 1.5m de alto y 2m de ancho. ¿Cuántos kilogramos de agua es capaz de almacenar?

Solución; podemos encontrar el volumen:

$$V = (\text{largo})(\text{alt o})(\text{ancho})$$

$$V = (3m)(1.5m)(2m)$$

$$V = 9m^3$$

$$m = \rho V$$

$$m = (100kg / m^3)(9m^3) = 9000kg$$

Ejemplo 2: una sustancia desconocida tiene un volumen de 250mL pesa 1.666N cuales son:

- a) El peso específico
- b) La densidad
- c) El liquido

Solución:

- a) Peso específico es: $D = \frac{W}{V} \langle N / m^3 \rangle$ necesitamos encontrar el peso y convertir el volumen a metros

cúbicos, entonces

$$V = 250mL * \frac{1cm^3}{1mL} * \frac{1m^3}{1 \times 10^6 cm^3} = 2.5 \times 10^{-4} m^3$$

$$D = \frac{W}{V} = \frac{1.666N}{2.5 \times 10^{-4} m^3} = 6664N / m^3$$

- b) De la fórmula del peso específico:

$$D = \frac{mg}{V} \Rightarrow m = \rho V$$

$$D = \frac{\rho V g}{V} \Rightarrow D = \rho g$$

$$\rho = \frac{D}{g} = \frac{6664 \text{ N} / \text{m}^3}{9.8 \text{ m} / \text{s}^2} = 680 \text{ kg} / \text{m}^3$$

c) Según la densidad que nos dio corresponde a la gasolina

Ejemplo 3: Un beacker de 100 mL está lleno de un líquido desconocido. Una balanza electrónica indica que el líquido en cuestión tiene una masa de 1360 g. ¿Cuál es la densidad del líquido?

Solución:

Convertimos el volumen de 100mL a metros cúbicos

$$V = 100 \text{ mL} * \frac{1 \text{ cm}^3}{1 \text{ mL}} * \frac{1 \text{ m}^3}{1 \times 10^6 \text{ cm}^3} = 1 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Convertimos la masa de 1360gramos a kilogramos

$$m = 1360 \text{ g} * \frac{1 \text{ kg}}{1000 \text{ g}} = 1.36 \text{ kg}$$

Ahora encontramos la densidad:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{1.36 \text{ kg}}{1 \times 10^{-4} \text{ m}^3} = 13,600 \text{ kg} / \text{m}^3$$

“SECCIÓN DE EJERCICIOS”

Densidad

- 1) Un beacker de 100 mL está lleno de un líquido desconocido. Una balanza electrónica indica que el líquido en cuestión tiene una masa de 1360 g. ¿Cuál es la densidad del líquido?
 - a) $\rho = 13600 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - b) $\rho = 1.36 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - c) $\rho = 1360 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 2) Un matraz de 200 mL ($1 \text{ L} = 1 \times 10^{-3} \text{ m}^3$) está lleno de un líquido desconocido. Una balanza electrónica indica que el líquido en cuestión tiene una masa de 176 g. ¿Cuál es la densidad del líquido?
 - a) $\rho = 880 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - b) $\rho = 2 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - c) $\rho = 1.36 \times 10^{-3} \text{ kg} / \text{m}^3$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 3) ¿Qué volumen de alcohol ($\rho_{\text{alcohol}} = 790 \text{ kg} / \text{m}^3$) tiene la misma masa que 4 litros de cobre ($\rho_{\text{cobre}} = 8,890 \text{ kg} / \text{m}^3$)?
 - a) 8L
 - b) 16L
 - c) 45L
 - d) Ninguna de las anteriores
- 4) ¿Qué volumen de agua ($\rho_{\text{agua}} = 1,000 \text{ kg} / \text{m}^3$) tiene la misma masa que 100 cm^3 de plomo ($\rho_{\text{plomo}} = 11,300 \text{ kg} / \text{m}^3$)?
 - a) 1.13 cm^3
 - b) $1,130 \text{ cm}^3$
 - c) $1 \times 10^{-4} \text{ cm}^3$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 5) Una sustancia desconocida tiene un volumen de 2 m^3 y pesa 750N. ¿Cuáles son el peso específico y la densidad?
 - a) $D = 375 \text{ N} / \text{m}^3, \rho = 0.026 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - b) $D = 0.0027 \text{ N} / \text{m}^3, \rho = 38.26 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - c) $D = 375 / \text{m}^3, \rho = 38.26 \text{ kg} / \text{m}^3$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 6) ¿Qué volumen de agua ($\rho_{\text{agua}} = 1,000 \text{ kg} / \text{m}^3$) tiene la misma masa que 100 cm^3 de plomo? ¿Cuál es el peso específico del plomo ($\rho_{\text{plomo}} = 11,300 \text{ kg} / \text{m}^3$)?
 - a) $V = 30 \text{ m}^3, D = 11 \times 10^5 \text{ N} / \text{m}^3$
 - b) $V = 1130 \text{ m}^3, D = 1.11 \times 10^5 \text{ N} / \text{m}^3$
 - c) $V = 113 \text{ m}^3, D = 11 \times 10^5 \text{ N} / \text{m}^3$
 - d) Ninguna de las anteriores

PRESIÓN

La presión es la magnitud que indica cómo se distribuye la fuerza sobre la superficie a la cual está aplicada. La medida de la presión se puede calcular entonces dividiendo la intensidad de la fuerza por el área de la superficie:

$$P = \frac{F}{A} (N / m^2)$$

Es importante tomar en cuenta que la fuerza debe estar "aplicada" a la superficie.

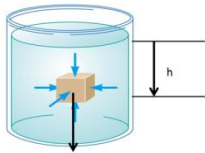
La presión suele medirse en atmósferas (atm); en el Sistema Internacional de unidades (SI), la presión se expresa en newtons por metro cuadrado; un newton por metro cuadrado es un pascal (Pa). Entonces:

$$P = \frac{F}{A} (Pa)$$

PRESION MANOMETRICA ($P_{manométrica}$): Los instrumentos para medir la presión pueden ser los barómetros, los manómetros etc. Pero en realidad lo que miden es una presión y aparte esta la presión de la atmosfera. La presión atmosférica es equivalente a $1.01 \times 10^5 Pa$

Si aplicamos a un sistema de medida en donde no interviene un fluido entonces la presión manométrica es simplemente: $P = \frac{F}{A} (Pa)$

Ahora si la presión se da en un fluido la presión manométrica seria:



$$W = F = mg$$

La presión de un líquido en un recipiente con cierta altura está dada por;

$$P = \frac{F}{A} \Rightarrow \frac{mg}{A}$$

La masa de una partícula u objeto es: $m = \rho V$

$$P = \frac{mg}{A} \Rightarrow \frac{\rho V g}{A}$$

El volumen de un cilindro seria: $V = Ah$

$$P = \frac{\rho V g}{A} \Rightarrow \frac{\rho A h g}{A}$$

$$P = \rho g h$$

La presión en cualquier punto en un fluido es directamente proporcional a la densidad del fluido y a la profundidad en el fluido.

PRESIÓN ATMOSFÉRICA

Una forma de medir la presión atmosférica es llenar un tubo de ensayo con mercurio, luego invertirlo en un tazón de mercurio.

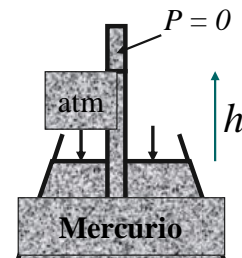
Densidad de Hg = $13,600 \text{ kg/m}^3$

$$P_{atm} = \rho g h \quad h = 0.760 \text{ m}$$

$$P_{atm} = (13,600 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(0.760 \text{ m})$$

$$P_{atm} = 1.01 \times 10^5 Pa$$

PRESION ABSOLUTA (P_{abs})



Es el resultado de sumar la presión atmosférica y la presión manométrica.

$$P_{abs} = 1atm + P_{manométrica}$$

$$P_{abs} = 1.01 \times 10^5 Pa + P_{manométrica}$$

Presión en un fluido: la presión que se da en un fluido también se conoce como presión manométrica. La presión en un líquido o fluido.

Ejemplo 1: Un tubo contiene agua bajo una presión manométrica. Si se cubre un orificio de 4cm de diámetro en el tubo con un trozo de cinta adhesiva, la cinta resiste una fuerza de 251.33N ¿Cuál es la presión?

Solución: sabemos que $P = \frac{F}{A}$ tenemos la fuerza, necesitamos encontrar el área para saber la presión:

Datos:

$$F = 251.33N$$

$$r = 2cm = 0.02m$$

$$A = \pi r^2 = \pi (0.02m)^2 = 1.25 \times 10^{-3} m^2$$

$$P = \frac{F}{A} = \frac{251.33N}{1.25 \times 10^{-3} m^2}$$

$$P = 200kPa$$

Ejemplo 2: una columna de mercurio ($\rho_{mercurio} = 13,600kg/m^3$) de 150 cm de alto. ¿Cuál es esa presión en atmósferas?

Solución: La presión se considera en este caso como: $P = \rho gh$

Encontramos entonces P;

Datos:

$$h = 150cm = 1.5m$$

$$\rho_{mercurio} = 13,600kg/m^3$$

$$P = \rho gh$$

$$P = (13,600kg/m^3)(9.8m/s^2)(1.5m)$$

$$P = 199,920Pa * \frac{1atm}{1.01 \times 10^5 Pa} = 1.979atm$$

Ejemplo 3: Un submarino se sumerge a una profundidad de 120 ft y se nivela. El interior del submarino se mantiene a la presión atmosférica. ¿Cuáles son la presión y la fuerza total aplicadas a una escotilla de 2 ft de ancho y 3 ft de largo? El peso específico del agua del mar es de 64lb/ft³, aproximadamente.

Datos:

$$h = 120ft * \frac{1m}{3.28ft} = 36.58m$$

$$Área = 6ft^2 * \left(\frac{1m}{3.28ft} \right)^2$$

$$Área = 6ft^2 * \frac{1m^2}{10.7588ft^2} = 0.5577m^2 [Área donde se ejerce la presión]$$

$$D = \frac{64lb}{ft^3} * \left(\frac{3.28ft}{1m} \right)^3 * \frac{4.448N}{1lb} = 10,045.378N/m^3$$

Encontramos la presión, ya que esta en un líquido sobre un área es:

$$P = \rho gh$$

Para encontrar la presión necesitamos la densidad del agua de mar ya que la altura la conocemos, vimos que el peso específico es:

$$D = \rho g$$

$$\rho = \frac{D}{g} = \frac{10,045.378 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 1,025.04 \text{ kg/m}^3$$

Ahora ya podemos encontrar la presión:

$$P = \rho g h$$

$$P = (1,025.04 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(36.58 \text{ m})$$

$$P = 367,460 \text{ Pa}$$

Ejemplo 4: Un pistón de 20 kg descansa sobre una muestra de gas en un cilindro de 8 cm de diámetro. ¿Cuál es la presión manométrica sobre el gas? ¿Cuál es la presión absoluta?

Solución: la presión manométrica es $P = \frac{F}{A}$: la fuerza es el peso mg , el radio es 4cm equivalente a 0.04m, el

área de un cilindro $A = \pi r^2$:

Presión manométrica es la presión sobre el gas:

$$P_{\text{manométrica}} = \frac{F}{A} = \frac{mg}{\pi r^2} = \frac{20 \text{ kg}(9.8 \text{ m/s}^2)}{\pi(0.04 \text{ m})^2} = 38,993 \text{ Pa}$$

$$P_{\text{abs}} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} + P_{\text{manométrica}}$$

$$P_{\text{abs}} = 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} + 38,993 \text{ Pa} = 139,993 \text{ Pa}$$

Ejemplo 5: Un tubo abierto en forma de U como el que se muestra en la figura tiene 3 cm² de sección transversal. ¿Qué volumen de agua deberá verterse en el tubo de la derecha para que el mercurio del tubo de la izquierda se eleve 6 cm por encima de su posición original?

Solución:

El tubo del lado derecho donde se echara agua:

$$A_1 = 3 \text{ cm}^2$$

$$h_B = ?$$

$$\rho_{\text{agua}} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_B = 1000 \text{ kg/m}^3$$

En tubo del lado izquierdo donde contiene

$$A_2 = 3 \text{ cm}^2$$

$$h_A = 6 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{mercurio}} = 13,600 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_B = 13,600 \text{ kg/m}^3$$

Para encontrar el volumen de agua para echar necesitamos el volumen de un cilindro, que es el área por la altura en este caso la altura en B y para encontrar esa altura utilizamos que;

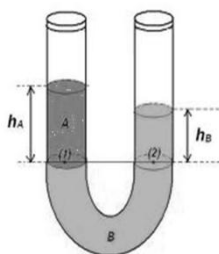
La presión es constante

$$P_A = P_B$$

$$\rho_A g h_A = \rho_B g h_B$$

$$\rho_A h_A = \rho_B h_B$$

$$h_B = \frac{\rho_A h_A}{\rho_B}$$



mercurio y se elevara 6cm:

La densidad en B es la del agua que es 1000kg/m^3 y la densidad en A la del mercurio

$$h_B = \frac{\rho_A h_A}{\rho_B} \Rightarrow h_B = \frac{(13600\text{kg/m}^3)(6\text{cm})}{1000\text{kg/m}^3} = 81.6\text{cm}$$

$$V = Ah_B = (3\text{cm}^2)(81.6\text{cm}) = 244.8\text{cm}^3$$

$$1\text{cm}^3 = 1\text{mL}$$

$$V = 244.8\text{mL}$$

Ejemplo 6: Suponga que los dos líquidos contenidos en el tubo en forma de U del problema anterior son agua y aceite. Calcule la densidad del aceite si el agua se mantiene 14 cm por encima de la entrecara y el aceite permanece a 17.67 cm por encima de dicha zona de encuentro.

Solución:

Donde está el agua;

$$\rho_B = 1000\text{kg/m}^3$$

$$h_B = 14\text{cm}$$

Donde está el aceite:

$$\rho_A = ?$$

$$h_A = 17.67\text{cm}$$

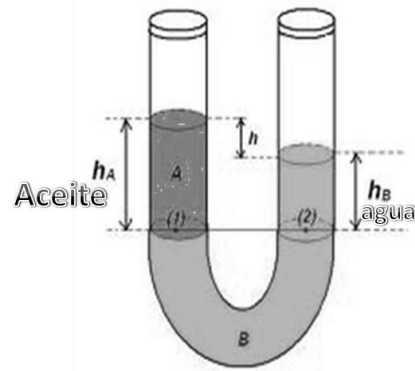
La incógnita es la densidad del aceite, o sea la densidad en B:

$$P_A = P_B$$

$$\rho_A g h_A = \rho_B g h_B$$

$$\rho_A h_A = \rho_B h_B$$

$$\rho_A = \frac{\rho_B h_B}{h_A} \Rightarrow \rho_B = \frac{(1000\text{kg/m}^3)(14\text{cm})}{17.67\text{cm}} = 792\text{kg/m}^3$$



SECCIÓN DE EJERCICIOS

PRESIÓN

- 1) Un tubo contiene agua bajo una presión manométrica de 400 kPa. Si se cubre un orificio de 4 mm de diámetro en el tubo con un trozo de cinta adhesiva, ¿qué fuerza tendrá que ser capaz de resistir la cinta?
 - a) 2513.27 N
 - b) 5.03N
 - c) 10.06N
 - d) Ninguna de las anteriores
- 2) Un tubo contiene agua bajo una presión manométrica de 750 kPa. Si se cubre un orificio de 20 mm de diámetro en el tubo con un trozo de cinta adhesiva, ¿qué fuerza tendrá que ser capaz de resistir la cinta?
 - a) 23562 N
 - b) 235.62N
 - c) 23.562N
 - d) Ninguna de las anteriores
- 3) Un tubo abierto en forma de U como tiene 1 cm² de sección transversal. ¿Qué volumen de agua ($\rho_{\text{agua}} = 1,000 \text{ kg/m}^3$) deberá verse en el tubo de la derecha para que el mercurio ($\rho_{\text{mercurio}} = 13600 \text{ kg/m}^3$) del tubo de la izquierda se eleve 1 cm por encima de su posición original?
 - a) 1.36mL
 - b) 13.6mL
 - c) 136mL
 - d) Ninguna de las anteriores
- 4) Un tubo abierto en forma de U como tiene 2 cm² de sección transversal. ¿Qué volumen de agua ($\rho_{\text{agua}} = 1,000 \text{ kg/m}^3$) deberá verse en el tubo de la derecha para que el mercurio ($\rho_{\text{mercurio}} = 13600 \text{ kg/m}^3$) del tubo de la izquierda se eleve 3 cm por encima de su posición original?
 - a) 81.6mL
 - b) 16mL
 - c) 40.5mL
 - d) Ninguna de las anteriores
- 5) Halle la presión en atmosfera producida por una columna de mercurio de 60 cm de alto.
 - a) 79.9 atm
 - b) 79,968 atm
 - c) 0.792 atm
 - d) Ninguna de las anteriores
- 6) Si usted construye un barómetro usando agua en lugar de mercurio, ¿qué altura del agua indicará una presión de una atmósfera?
 - a) 10.3m
 - b) $1.02 \times 10^{-4} \text{ m}$
 - c) 0.097m
 - d) Ninguna de las anteriores
- 7) Un pistón de 20 kg descansa sobre una muestra de gas en un cilindro de 8 cm de diámetro. ¿Cuál es la presión manométrica sobre el gas? ¿Cuál es la presión absoluta?
 - a) 3.9 kPa , $P_{\text{abs}} = 1.40 \text{ kPa}$
 - b) 39 kPa , $P_{\text{abs}} = 140 \text{ kPa}$
 - c) 0.39 kPa , $P_{\text{abs}} = 0.140 \text{ kPa}$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 8) La presión manométrica en un neumático de automóvil es de 44kPa. Si la rueda soporta 4,448N, ¿cuál es el área del neumático que está en contacto con el suelo?
 - a) $A = 0.101 \text{ m}^2$
 - b) $A = 1 \text{ m}^2$
 - c) $A = 9.89 \text{ m}^2$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 9) Suponga que los dos líquidos contenidos en el tubo en forma de U son agua y aceite.
 - a) $A = 0.101 \text{ m}^2$
 - b) $A = 1 \text{ m}^2$
 - c) $A = 9.89 \text{ m}^2$
 - d) Ninguna de las anteriores
- 10) Un manómetro de presión de agua indica una presión de 77460.5N/m² al pie de un

Calcule la densidad del aceite si el agua se mantiene 19 cm por encima de la entrecara y el aceite permanece a 24 cm por encima de dicha zona de encuentro.

- a) $\rho = 792 \text{ kg/m}^3$
- b) $\rho = 7.92 \text{ kg/m}^3$
- c) $\rho = 0.792 \text{ kg/m}^3$
- d) Ninguna de las anteriores

edificio. ¿Cuál es la máxima altura a la cual subirá el agua en el edificio?

- a) 100m
- b) $1.02 \times 10^{-2} \text{ m}$
- c) 7.90m
- d) Ninguna de las anteriores

PRENSA HIDRÁULICA O PRINCIPIO DE PASCAL

Una presión externa aplicada a un fluido encerrado se transmite uniformemente a través del volumen del líquido.

Esto es:

Como la presión es uniforme:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

Si queremos encontrar la fuerza dos:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_2 = \left(\frac{A_2}{A_1} \right) F_1$$

Al cociente: $\left(\frac{A_2}{A_1} \right)$ se le conoce como factor multiplicador de fuerza otros libros le llaman ventaja mecánica.

Si relacionamos las alturas en función de la presión:

$$P_1 = P_2$$

$$\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$$

$$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$$

Ejemplo 1: Los pistones pequeño y grande de una prensa hidráulica tienen diámetros de 4 cm y 12 cm. ¿Qué fuerza de entrada se requiere para levantar un peso de 4000 N con el pistón de salida

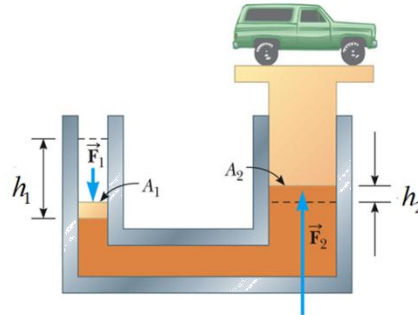
Solución: encontraremos las áreas de los pistones:

Pequeño (A_1): si el diámetro es 4cm el radio es 2cm

$$A_1 = \pi r^2 \Rightarrow A_1 = \pi (2\text{cm})^2 = 4\pi\text{cm}^2$$

Grande (A_2): el diámetro es 12cm entonces el radio es de 6cm

$$A_2 = \pi r^2 \Rightarrow A_2 = \pi (6\text{cm})^2 = 36\pi\text{cm}^2$$



Ahora encontramos la fuerza uno, que es la que se necesita para levantar la fuerza dos de 4000N; en realidad no importa quién sea fuerza uno y dos.

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$F_1 = \left(\frac{A_1}{A_2} \right) F_2 \Rightarrow F_1 = \left(\frac{4\pi cm^2}{36\pi cm^2} \right) (4000N)$$

$$F_1 = \left(\frac{4}{36} \right) (4000N) = 444.44N$$

El factor multiplicador de fuerza o a ventaja mecánica sería $\left(\frac{4}{36} \right) \Rightarrow 1/9$

Ejemplo 2: Una fuerza de 400 N se aplica al pistón pequeño de una prensa hidráulica cuyo diámetro es 4 cm. ¿Cuál deberá ser el diámetro del pistón grande para que pueda levantar una carga de 200 kg?

Solución:

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

$$A_2 = \left(\frac{F_2}{F_1} \right) A_1 =$$

Llamemos fuerza uno a los 400N, área uno al que tiene un diámetro de 4cm esto es:

$$A_1 = \pi r^2 \Rightarrow A_1 = \pi (2cm)^2 = 4\pi cm^2$$

La fuerza dos será el peso de 200kg, esto es $mg=1960N$, ahora encontramos el área dos para sacar el diámetro dos que es el necesario para levantar la carga.

$$A_2 = \left(\frac{F_2}{F_1} \right) A_1 = \left(\frac{1960N}{400N} \right) (4\pi cm^2) = 19.6\pi cm^2$$

El diámetro es el doble del radio;

$$A_2 = \pi r^2$$

$$r = \sqrt{\frac{A_2}{\pi}} = \sqrt{\frac{19.6\pi cm^2}{\pi}} = 4.43cm$$

$$D = 2r = 2(4.43cm) = 8.85cm$$

SECCIÓN DE EJERCICIOS

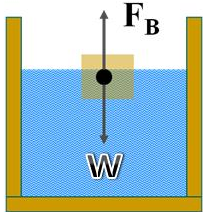
PRENSA HIDRAULICA

- 1) Las áreas de los pistones grande y pequeño de una prensa hidráulica son 0.5 y 25 in² ¿Qué fuerza se tendrá que ejercer para levantar una carga de 1 tonelada (2000 lb)
 - a) 440,895N
 - b) 176.79N
 - c) 900N
 - d) Ninguna de las anteriores
- 2) Las áreas de los pistones grande y pequeño de una prensa hidráulica son 0.5 y 25 in² ¿Qué fuerza se tendrá que ejercer para levantar una carga de 3 toneladas (1ton=2000 lb)
 - a) 2000N
 - b) 850N
 - c) 530.37N
 - d) Ninguna de las anteriores
- 3) Una fuerza de 800 N se aplica al pistón pequeño de una prensa hidráulica, el radio del pistón grande es de 5cm ¿Cuál deberá ser el área del pistón pequeño si en el pistón grande se levanta una carga de 600kg?
 - a) 577.27cm²
 - b) 29,893.2 cm²
 - c) 10.68cm²
 - d) Ninguna de las anteriores
- 4) El tubo de entrada que suministra presión de aire para operar un gato hidráulico tiene 2 cm de diámetro. El pistón de salida es de 32 cm de diámetro. ¿Qué presión de aire (presión manométrica) se tendrá que usar para levantar un automóvil de 1800 kg?
 - a) 2.19kPa
 - b) 219kPa
 - c) 219Pa
 - d) Ninguna de las anteriores
- 5) El área de un pistón en una bomba de fuerza es de 10 in² ¿Qué fuerza necesita para elevar el agua con el pistón hasta una altura de 100 ft?
 - a) 1927N
 - b) 6321N
 - c) 75,895.71N
 - d) Ninguna de las anteriores

PRINCIPIO DE ARQUIMIDES

Un objeto total o parcialmente sumergido en un fluido experimenta una fuerza de flotación o también llamada fuerza de empuje o boyante hacia arriba igual al peso del fluido desplazado.

Observemos el objeto:



Vemos que la fuerza de empuje que ejerce el agua es exactamente igual al peso:

$$F_B = W$$

Es peso W es una fuerza, la presión es $P = \frac{F}{A}$ la fuerza es PA entonces $W=PA$

$$F_B = PA \Rightarrow F_B = PA$$

La presión que se ejerce en el fluido es: $P = \rho gh$

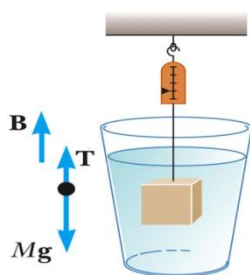
$$F_B = \rho ghA \Rightarrow V = hA$$

$$F_B = \rho gV$$

IMPORTANTE: La densidad que se utiliza es la densidad del líquido ya que ahí se ejerce la fuerza de empuje.

Ahora si en un recipiente se sumerge un objeto atado a una tensión ya sea una cuerda, un hilo etc. Como se muestra en la figura:

Vemos que el sistema está en equilibrio; por lo tanto las sumatorias de fuerzas deben ser igual a cero:



$$F_B - W + T = 0$$

$$F_B = W - T$$

Ejemplo 1: un cubo de 0.8kg, cuyas aristas es de 7cm por lado se ata por medio de una cuerda y se sumerge en aceite ($\rho_{\text{aceite}} = 1,500 \text{ kg} / \text{m}^3$) ¿Cuál es la tensión en la cuerda y la fuerza de empuje?

Solución: analizamos los datos

$$m = 0.8 \text{ kg}$$

$$W = (0.8 \text{ kg})(9.8 \text{ m} / \text{s}^2) = 7.84 \text{ N}$$

$$\rho_{\text{aceite}} = 1,500 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$V = 7 \text{ cm} * 7 \text{ cm} * 7 \text{ cm} = 343 \text{ cm}^3 * \frac{1 \text{ m}^3}{1 \times 10^6 \text{ cm}^3} = 3.43 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Ahora calculamos la fuerza de empuje; $F_B = \rho g V$

$$F_B = \rho g V$$

$$F_B = (1,500 \text{ kg} / \text{m}^3)(9.8 \text{ m} / \text{s}^2)(3.43 \times 10^{-4} \text{ m}^3) = 5.04 \text{ N}$$

Ahora encontramos la tensión: $F_B = W - T$

$$T = 7.84 \text{ N} - 5.04 \text{ N} = 2.8 \text{ N}$$

Ejemplo 2: Un bloque de latón ($\rho_{\text{Latón}} = 8,700 \text{ kg} / \text{m}^3$) de 2 kg se une a una cuerda y se sumerge en agua. Encuentre la fuerza de flotación y la tensión en la cuerda.

Datos:

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$W = (2 \text{ kg})(9.8 \text{ m} / \text{s}^2) = 19.6 \text{ N}$$

$$\rho_{\text{Latón}} = 8,700 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$\rho_{\text{agua}} = 1,000 \text{ kg} / \text{m}^3$$

$$V = \frac{m}{\rho_{\text{Latón}}} = \frac{2 \text{ kg}}{8,700 \text{ kg} / \text{m}^3} = 2.3 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Ahora calculamos la fuerza de empuje; $F_B = \rho g V$ la densidad del liquido

$$F_B = \rho g V$$

$$F_B = (1,000 \text{ kg} / \text{m}^3)(9.8 \text{ m} / \text{s}^2)(2.3 \times 10^{-4} \text{ m}^3) = 2.25 \text{ N}$$

Ahora encontramos la tensión: $F_B = W - T$

$$T = 19.61 \text{ N} - 2.25 \text{ N} = 17.35 \text{ N}$$

Ejemplo 3: un cubo como de 10cm por lado flota en gasolina ($\rho_{\text{gasolina}} = 680 \text{ kg/m}^3$) con sus dos terceras parte de su volumen. Determine la masa del cubo

Datos:

$$V = 10\text{cm} * 10\text{cm} * 10\text{cm} = 1000\text{cm}^3 * \frac{1\text{m}^3}{1 \times 10^6 \text{cm}^3} = 1 \times 10^{-3} \text{m}^3$$

Volumen de flotación:

$$V = \frac{2}{3}(1 \times 10^{-3} \text{m}^3) = 6.67 \times 10^{-4} \text{m}^3$$

$$\rho_{\text{gasolina}} = 680 \text{ kg/m}^3$$

Ahora calculamos la fuerza de empuje; $F_B = \rho g V$ el volumen a utilizar es el volumen sumergido y la densidad del líquido donde está sumergido.

$$F_B = \rho g V$$

$$F_B = (680 \text{ kg/m}^3)(9.8 \text{ m/s}^2)(6.67 \times 10^{-4} \text{m}^3) = 4.44 \text{ N}$$

Como la fuerza de empuje es igual al peso:

$$W = F_B$$

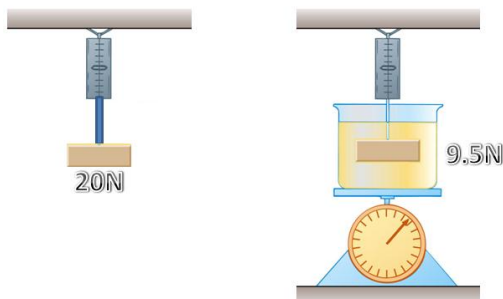
$$W = 4.44 \text{ N}$$

Significa que el peso del cubo es de 4.44N, entonces para encontrar la masa solo lo dividimos entre la gravedad:

$$m = \frac{W}{g}$$

$$m = \frac{4.44 \text{ N}}{9.8 \text{ m/s}^2} = 0.453 \text{ Kg}$$

Ejemplo 4: Un objeto sólido pesa 20 N en el aire. Cuando este objeto se cuelga de una balanza de resorte y se sumerge en agua, su peso es de sólo 9.5 N. ¿Cuál es la densidad del objeto?



Solución: en el aire tiene un peso de 20N y en el agua ya solo 9.5N, significa que el peso que se hace en el líquido es 20N menos 9.5N=10.5N

Este es el peso que se hace en el líquido, como sabemos el peso es igual a la fuerza de empuje:

$$F_B = \rho g V = W$$

$$W = \rho g V$$

$$10.5 N = (1000 kg / m^3)(9.8 m / s^2) V$$

$$V = \frac{10.5 N}{(1000 kg / m^3)(9.8 m / s^2)} = 1.071 \times 10^{-3} m^3$$

Ahora encontramos la densidad: $\rho = \frac{m}{V}$

Podemos sacar la masa del peso y el peso a utilizar es la que está en el aire, no podemos tomar el peso cuando está sumergido ya que interviene el agua.

$$m = \frac{W}{g}$$

$$m = \frac{20 N}{9.8 m / s^2} = 2.04 Kg$$

Ahora sí; $\rho = \frac{m}{V}$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{2.04 kg}{1.071 \times 10^{-3} m^3} = 1,906.54 kg / m^3$$

SECCIÓN DE EJERCICIOS

PRINCIPIO DE ARQUIMIDES

- 1) Un objeto sólido pesa 8 N en el aire. Cuando este objeto se cuelga de una balanza de resorte y se sumerge en agua ($\rho_{\text{agua}} = 1,000 \text{ kg/m}^3$), su peso es de sólo 6.5 N. ¿Cuál es la densidad del objeto?
 - a) 6000 Kg/m^3
 - b) 5333 Kg/m^3
 - c) 12000 Kg/m^3
 - d) Ninguna de las anteriores es correcta
- 2) Se ha observado que la masa de un fragmento de cierta roca es de 9.17 g en el aire. Cuando el trozo se sumerge en un fluido de 873 kg/m^3 de densidad, su masa aparente es de sólo 7.26 g. ¿Cuál es la densidad de esa roca?
 - a) 4191 Kg/m^3
 - b) 100 Kg/m^3
 - c) 5520 kg/m^3
 - d) Ninguna de las anteriores es correcta
- 3) Un cubo de 100 g que mide 2 cm por lado se ata al extremo de una cuerda y se sumerge totalmente en agua ($\rho_{\text{agua}} = 1,000 \text{ kg/m}^3$). ¿cuál es la tensión?
 - a) 0.902N
 - b) 0.25N
 - c) 8N
 - d) Ninguna de las anteriores es correcta
- 4) Un trozo de metal de 20 g tiene una densidad de 4000 kg/m^3 . Está atado a un hilo delgado y se sumerge en aceite ($\rho_{\text{aceite}} = 1,500 \text{ kg/m}^3$) por completo. ¿Cuál es la tensión en el hilo?
 - a) 0.897N
 - b) 2N
 - c) 0.123N
 - d) Ninguna de las anteriores es correcta
- 5) Un globo de 40 m de diámetro está lleno de helio ($\rho_{\text{Helio}} = 0.178 \text{ kg/m}^3$). La masa del globo y la canastilla que lleva adjunta es de 18 kg. ¿Qué masa adicional puede levantar este globo ($\rho_{\text{Aire}} = 1.29 \text{ kg/m}^3$)?
- 6) Un cubo de madera cuyas aristas miden 5.0 cm cada una, flota en agua con tres cuartas partes de su volumen sumergidas. (a) ¿Cuál es el peso del cubo y cuál es la masa del cubo?
 - a) 5N y 0.5kg
 - b) 0.92N y 0.094kg
 - c) 10N y 1.02N
 - d) Ninguna de las anteriores



- a) 665,000kg
- b) 500kg
- c) 37200Kg
- d) Ninguna de las anteriores es correcta

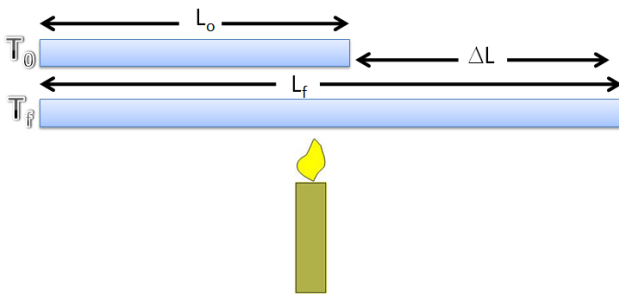
“DILATACIÓN DE MATERIALES”

La dilatación de cuerpos se refiere a un cambio de tamaño ya sea en su longitud, en su área o en su volumen. Todos estos cambios de tamaño se deben a los incrementos de temperatura. La resistencia a que estos materiales aumenten de tamaño se llama coeficiente de dilatación. Si la dilatación es lineal se llama coeficiente de dilatación lineal (α)

Si es de un área se la llama coeficiente de dilatación superficial (γ) y si la resistencia corresponde a un volumen el coeficiente de dilatación es volumétrica (β) Los coeficientes de dilatación depende del tipo de material que se está usando.

DILATACIÓN LINEAL

Trata de un crecimiento de longitud



El incremento de longitud esta dado por: $\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$

Ejemplo 1: Una tubería de cobre mide 90 m de largo a 20 °C. ¿Cuál es nueva longitud cuando a través de la tubería pasa vapor a 100°C?

Solución: La nueva longitud significa la longitud final, esto es:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T$$

$$L_f - L_0 = \alpha L_0 (T_f - T_0)$$

$$L_f = \alpha L_0 (T_f - T_0) + L_0$$

El coeficiente de dilatación del cobre es ($\alpha = 1.7 \times 10^{-5} / ^\circ C$) entonces;

$$L_f = \alpha L_0 (T_f - T_0) + L_0$$

$$L_f = 1.7 \times 10^{-5} / ^\circ C (90m) (100^\circ C - 20^\circ C) + 90m = 90.122m$$

DILATACION SUPERFICIAL O DE ÁREA

En este caso el incremento o crecimiento se da en dos dimensiones, por eso se trata de incremento o crecimiento de área. El coeficiente de dilatación superficial es el doble de la dilatación lineal esto es;

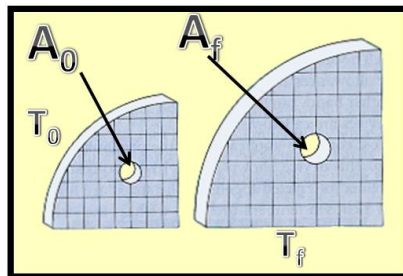
$$\gamma = 2\alpha$$

Debido a que el incremento lineal se da en dos dimensiones.

$$\Delta A = \gamma A_0 \Delta T$$

$$A_f - A_0 = \gamma A_0 (T_f - T_0)$$

$$A_f = \gamma A_0 (T_f - T_0) + A_0$$



Ejemplo 2: un disco de Latón tiene un agujero de 80cm de diámetro en su centro. Luego, el disco, que tiene 23°C, se coloca en agua herviente durante algunos minutos. ¿Cuál será el incremento de área?

Solución: encontramos el área inicial ya que el radio es 40cm;

$$A_0 = \pi r^2 = \pi (40\text{cm})^2 = 5,026.55\text{cm}^2$$

$$\alpha = 1.8 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

$$\gamma = 2\alpha = 3.6 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

$$\Delta T = (T_f - T) = 100^\circ\text{C} - 23^\circ\text{C} = 77^\circ\text{C}$$

$$\Delta A = \gamma A_0 \Delta T$$

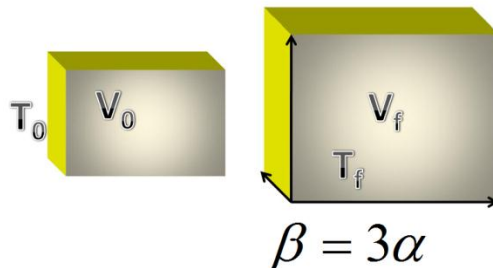
$$\Delta A = (3.6 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}) (5,026.55\text{m}^2) (77^\circ\text{C}) = 13.93\text{cm}$$

COEFICIENTE DE DILATACIÓN VOLUMÉTRICA

Es el incremento de volumen, es en forma lineal pero en tres dimensiones, el coeficiente de dilatación volumétrica, es tres veces el coeficiente de dilatación lineal esto es: $\beta = 3\alpha$

$$\Delta V = 3\alpha V_0 \Delta T$$

$$V_f - V_0 = \beta V_0 (T_f - T_0)$$



Ejemplo 3: un matraz de vidrio Pyrex se llena con 50cm^3 de mercurio a 20°C . ¿Qué volumen se derramara si el sistema se calienta de forma uniforme a una temperatura de 60°C ?

Solución:

Encontramos el incremento del volumen del mercurio;

$$V_0 = 50\text{cm}^3$$

$$\Delta T = T_f - T_0 = 60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 40^\circ\text{C}$$

$$\beta = 1.8 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C}$$

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

$$\Delta V_{\text{mercurio}} = (1.8 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C}) (50\text{cm}^3) (40^\circ\text{C}) = 0.36\text{cm}^3$$

Encontramos el incremento de volumen del vidrio Pyrex

$$V_0 = 50\text{cm}^3$$

$$\Delta T = T_f - T_0 = 60^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 40^\circ\text{C}$$

$$\alpha = 0.3 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$$

$$\beta = 3\alpha = (3)(0.3 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}) = 9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$$

$$\Delta V = \beta V_0 \Delta T$$

$$\Delta V_{\text{vidrio}} = (9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}) (50\text{cm}^3) (40^\circ\text{C}) = 0.018\text{cm}^3$$

Lo que se derramara será el incremento del volumen del mercurio menos el incremento de volumen del vidrio Pyrex

$$\Delta V_{\text{derramado}} = 0.36\text{cm}^3 - 0.018\text{cm}^3 = 0.342\text{cm}^3$$

SECCIÓN DE EJERCICIOS

DILATACIÓN

DILATACION LINEAL

- 1) Una losa de concreto tiene 20 m de largo. ¿Cuál será el incremento en su longitud si la temperatura cambia de 12° C a 30° C? Suponga que $\alpha = 9 \times 10^{-6} / ^\circ\text{C}$
 - a) 3.24mm
 - b) 5mm
 - c) 2.5mm
 - d) Ninguna de las anteriores es correcta
- 2) Un trozo de tubo de cobre ($\alpha = 1.7 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$) tiene 6 m de longitud a 20° C. ¿Qué incremento de longitud tendrá cuando se caliente a 80° C?
 - a) 3cm
 - b) 6.12mm
 - c) 8mm
 - d) Ninguna de las anteriores es correcta
- 3) La longitud de una varilla de aluminio, medida con una cinta de acero, fue de 60 cm cuando ambas estaban a 8° C. ¿Cuál será la lectura de la longitud de la varilla en la cinta si ambas están a 38° C?
 - a) 6cm
 - b) 40.4cm
 - c) 60.022cm
 - d) Ninguna de las anteriores
- 4) Una cinta de acero de 100 ft mide correctamente la distancia cuando la temperatura es de 20° C. ¿Cuál es la medición verdadera si esta cinta indica una distancia de 94.62 ft un día en el cual la temperatura es de 36° C?
 - a) 8 ft
 - b) 94.64ft
 - c) 0
 - d) Ninguna de las anteriores
- 5) Un tapón de bronce redondo tiene un diámetro de 8.001 cm a 28° C. ¿A qué temperatura se deberá enfriar el tapón para que ajuste correctamente en un orificio de 8.000 cm?
 - a) 211° C
 - b) 2.11° C
 - c) 21.1° C
 - d) Ninguna de las anteriores
- 6) Una placa cuadrada de cobre ($\alpha = 1.7 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$) que mide 4 cm por lado a 20° C se calienta hasta 120° C. ¿Cuál es el incremento en el área de la placa de cobre?
 - a) 0.0544cm²
 - b) 1 cm²
 - c) 0.8 cm²
 - d) Ninguna de las anteriores es correcta
- 7) Un orificio circular en una placa de acero
- 8) El diámetro de un orificio en una placa de cobre a 20° C es de 3.00 mm. ¿A qué

($\alpha = 1.2 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$) tiene un diámetro de 20.0 cm a 27°C . ¿A qué temperatura se tendrá que calentar la placa para que el área del orificio sea de 314 cm^2 ?

- a) 25°C
- b) 5.88°C
- c) -5.88°C
- d) Ninguna de las anteriores es correcta

temperatura se deberá enfriar el cobre para que ese diámetro sea de 2.99 mm?

- a) -176°C
- b) 176°C
- c) 0
- d) Ninguna de las anteriores

9) Una hoja rectangular de aluminio mide 6 X 9 cm a 28°C . ¿Cuál es su área a 0°C ?

- a) 45 cm^2
- b) 90 cm^2
- c) 53.9 cm^2
- d) Ninguna de las anteriores

DILATACION VOLUMETRICA

10) ¿Cuál es el incremento de volumen en 16.0 litros de alcohol etílico ($\beta = 11 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C}$) cuando la temperatura se incrementa en 30°C ?

- a) 528mL
- b) 0.5L
- c) 36mL
- d) Ninguna de las anteriores es correcta

11) Un matraz Pyrex ($\alpha = 0.3 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$) tiene un volumen interior de 600 mL a 20°C . ¿A qué temperatura el volumen interior será de 603 mL?

- a) 80°C
- b) 576°C
- c) 50°C
- d) Ninguna de las anteriores es correcta

12) Un cubo de cobre mide 40 cm por lado a 20°C . ¿Cuál es el volumen del cubo cuando la temperatura llega a 150°C ?

- a) 64 m^3
- b) $64,424\text{ cm}^3$
- c) 64.424 m^3
- d) Ninguna de las anteriores

13) Un vaso de laboratorio Pyrex ($\alpha = 0.3 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$) está lleno hasta el borde con 200 mL de glicerina ($\beta = 5.1 \times 10^{-4} / ^\circ\text{C}$). ¿Cuánta glicerina se derramará por el borde si el sistema se calienta de 20°C a 100°C ?

- a) 8.02mL
- b) 8.16mL
- c) 16.32mL
- d) Ninguna de las anteriores

14) Un vaso de laboratorio Pyrex se llena por completo con 500 cm^3 de alcohol etílico. Si la temperatura del sistema se eleva 70°C , ¿qué volumen de alcohol se derramará?

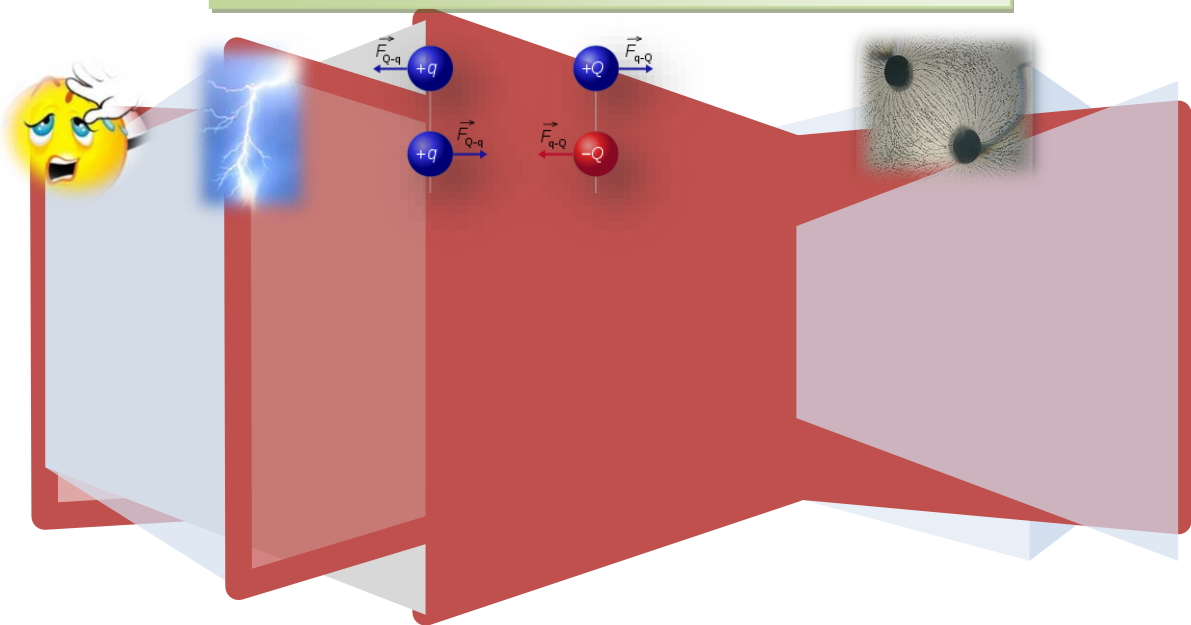
- a) 38.5mL
- b) 0.315mL
- c) 5.14mL
- d) Ninguna de las anteriores

QUINTA UNIDAD

CALOR Y ELECTRICIDAD

OBJETIVOS

- ✓ Definir la cantidad de calor en términos de la caloría, la kilocaloría y el joule.
- ✓ Establecer conceptos en la solución de problemas en capacidad calorífica específica, ganancias y pérdidas de calor.



QUINTA UNIDAD

“CALOR”



Es la cantidad necesaria de energía para elevar la temperatura y cambiar la fase de una sustancia. Por ejemplo en la fundición del acero se requieren casi 289 Joules de calor para fundir un gramo de acero. Las unidades de calor son los Joules.

El calor no es algo que tenga un objeto, sino más bien la energía que absorbe o entrega.

Una caloría (1 cal) es la cantidad de calor que se requiere para elevar la temperatura de 1 g de agua en 1 C°.

Por ejemplo; 10 calorías de calor elevarán la temperatura de 10 g de agua en 10 C°.

Una kilocaloría (1 kcal) es la cantidad de calor que se requiere para elevar la temperatura de 1 kg de agua en 1 C°.

Entonces; 10 kilocalorías de calor elevarán la temperatura de 10 kg de agua en 10 C°.

Una unidad térmica británica (1 Btu) es la cantidad de calor requerido para elevar la temperatura de 1 lb de agua en 1 F°.

Esto quiere decir que 10 Btu de calor elevarán la temperatura de 10 lb de agua en 10 F°. La unidad libra en realidad es una unidad de masa, no de peso.

En el sistema internacional se usa Joule para determinar el calor.

Factores de conversión.

1 cal = 4.186 J	1 Btu = 778 ft lb
1 kcal = 4186 J	1 Btu = 252 cal
1 Btu = 1055 J	

TEMPERATURA Y CANTIDAD DE CALOR

El efecto del calor sobre la temperatura depende de la cantidad de materia calentada. A cada masa de agua se aplica la misma cantidad de calor. Una masa grande experimentará una temperatura menor.

QUINTA UNIDAD

CALOR ESPECÍFICO

Es el calor que se requiere para elevar la temperatura y depende del tipo de material por ejemplo observe que en la figura se ha puesto distintos materiales y todos llegan a obtener una máxima temperatura de 100°C la diferencia es que uno en más tiempo que otro.



Es obvio que cada material debe tener alguna propiedad que se relacione con la cantidad de calor absorbido o liberado durante un cambio en la temperatura. Esta propiedad se le llama capacidad calorífica.

CAPACIDAD CALORIFICA (c)

La capacidad calorífica de un cuerpo es la relación del calor suministrado respecto al correspondiente incremento de temperatura de un cuerpo. U se define como:

$$c = \frac{Q}{\Delta T}$$

C: calor específico

Q: es el calor suministrado

ΔT : es el cambio de temperatura

El calor específico de un material o cualquier objeto es la capacidad de calor necesario para elevar un grado la temperatura de una unidad de masa.

Entonces $c = \frac{Q}{m\Delta T}$ y las dimensionales de c es: $c = \frac{Q}{m\Delta T} \langle J / kg^{\circ}C \rangle$

El calor se define como:

$$Q = mc\Delta T \langle \text{Joule} \rangle$$

La dimensional es Joule en el sistema internacional.

Definimos el calor como la energía térmica absorbida o liberada durante un cambio de tiempo.

Cuando se dice que dos objetos o más están en equilibrio térmico se refiere a que alcancen la misma temperatura. Esto es el resultado de una transferencia de energía térmica de un cuerpo caliente a un cuerpo frío.

Entonces el calor perdido de los cuerpos calientes debe ser igual al calor ganado por los cuerpos fríos.

Calor ganado= Calor perdido

Ejemplo 1: ¿Qué cantidad de calor se requiere para cambiar la temperatura de 200 g de plomo, de 20 a 100° C?

Solución:

QUINTA UNIDAD

datos :

$$m = 200\text{ g} = 0.2\text{ kg}$$

$$\Delta T = T_f - T_0$$

$$\Delta T = 100^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 80^\circ\text{C}$$

$$c = 130\text{ J} / \text{kg}^\circ\text{C}$$

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = (0.2\text{ kg})(130\text{ J} / \text{kg}^\circ\text{C})(80^\circ\text{C}) = 2080\text{ J}$$

Ejemplo 2: Se calientan balas de cobre a 90°C y luego se deja caer en 200g de agua a 30°C , la temperatura final de la mezcla es de 35°C . ¿Cuál era la masa de las balas?

Calor perdido por el cobre = calor ganado por el agua

CALOR PERDIDO POR EL COBRE

$$m = ?$$

$$\Delta T = T_f - T_0$$

$$\Delta T = 35^\circ\text{C} - 90^\circ\text{C} = -55^\circ\text{C}$$

$$c = 390\text{ J} / \text{kg}^\circ\text{C}$$

$$-Q = mc\Delta T$$

$$-Q = m(390\text{ J} / \text{kg}^\circ\text{C})(-55^\circ\text{C})$$

$$Q = m(21450\text{ J} / \text{kg})$$

El signo negativo significa la pérdida de calor.

CALOR GANADO POR EL AGUA

$$m = 200\text{ g} = 0.2\text{ kg}$$

$$\Delta T = T_f - T_0$$

$$\Delta T = 35^\circ\text{C} - 30^\circ\text{C} = 5^\circ\text{C}$$

$$c = 4186\text{ J} / \text{kg}^\circ\text{C}$$

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = (0.2\text{ kg})(4186\text{ J} / \text{kg}^\circ\text{C})(5^\circ\text{C})$$

$$Q = 4186\text{ J}$$

Aplicamos

Calor perdido por el cobre = calor ganado por el agua

$$m(21450\text{ J} / \text{kg}) = 4186\text{ J}$$

$$m = \frac{4186\text{ J}}{21450\text{ J} / \text{kg}}$$

$$m = 0.195\text{ kg}$$

Ejemplo 3: Cincuenta gramos de perdigones de cobre se calientan a 200°C y luego se introducen en una taza de aluminio de 50 g que contiene 160 g de agua. La temperatura inicial de la taza y el agua es de 20°C . ¿Cuál es la temperatura de equilibrio?

Solución: la clave de este problema es que el cobre pierde calor y quienes van a ganar calor es la taza de aluminio y el agua.

Calor perdido por el cobre = calor ganado por el agua + el calor ganado por la taza de aluminio.

QUINTA UNIDAD

CALOR PERDIDO POR EL COBRE

$$m = 50\text{ g} = 0.05\text{ kg}$$

$$\Delta T = T_E - 200^\circ\text{C}$$

$$c = 390\text{ J / kg}^\circ\text{C}$$

$$-Q = mc\Delta T$$

$$Q = -(0.05\text{ kg})(390\text{ J / kg}^\circ\text{C})(T_E - 200^\circ\text{C})$$

$$Q = -19.5(T_E - 200^\circ\text{C})$$

$$Q = -19.5T_E + 3900$$

CALOR PERDIDO POR EL AGUA

$$m = 160\text{ g} = 0.16\text{ kg}$$

$$\Delta T = T_E - 20^\circ\text{C}$$

$$c = 4186\text{ J / kg}^\circ\text{C}$$

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = (0.16\text{ kg})(4186\text{ J / kg}^\circ\text{C})(T_E - 20^\circ\text{C})$$

$$Q = 669.76(T_E - 20^\circ\text{C})$$

$$Q = 669.76T_E - 13,395.2$$

CALOR PERDIDO POR LA TAZA DE ALUMINIO

$$m = 50\text{ g} = 0.05\text{ kg}$$

$$\Delta T = T_E - 20^\circ\text{C}$$

$$c = 920\text{ J / kg}^\circ\text{C}$$

$$Q = mc\Delta T$$

$$Q = (0.05\text{ kg})(920\text{ J / kg}^\circ\text{C})(T_E - 20^\circ\text{C})$$

$$Q = 46(T_E - 20^\circ\text{C})$$

$$Q = 46T_E - 920$$

APLICAMOS:

Calor perdido por el cobre = calor ganado por el agua + el calor ganado por la taza de aluminio.

$$-19.5T_E + 3900 = (669.76T_E - 13,395.2) + (46T_E - 920)$$

Agrupamos términos semejantes:

$$-19.5T_E - 669.76T_E - 46T_E = -13,395.2 - 920 - 3900$$

$$-735.26T_E = -18,215.5$$

$$T_E = \frac{-18,215.5}{-735.26}$$

$$T_E = 24.77^\circ\text{C}$$

SECCIÓN DE EJERCICIOS

- 1) Cierta proceso requiere 500J de calor. Exprese esta energía en calorías.
- 2) Un horno aplica 400 kJ de calor a 4 kg de una sustancia, haciendo que su temperatura se eleve en 80 C°. ¿Cuál es la capacidad calorífica específica?
- 3) Un automóvil de 900 kg que viaja con una velocidad inicial de 20 m/s se detiene. Si todo este trabajo se convirtiera en calor, ¿qué cantidad equivalente se pierde en kilocalorías?
- 4) En una taza de cerámica de 0.5 kg se sirve café caliente con un calor específico de 4186 J/kg °C. ¿Cuánto calor absorbe la taza si la temperatura se eleva de 20 a 80° C?
- 5) Un casquillo de cobre de 8 kg tiene que calentarse de 25 a 140° C a fin de expandirlo para que se ajuste sobre un eje. ¿Cuánto calor se requirió?
- 6) ¿Cuántos gramos de hierro a 20° C será necesario calentar a 100° C para que liberen 1800 cal de calor durante el proceso de volver a su temperatura original?
- 7) Un trozo de 4 kg de metal ($c = 320 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$) se encuentra inicialmente a 300° C. ¿Cuál será su temperatura final si pierde 50 kJ de energía calorífica?
- 8) En un tratamiento a base de calor, una parte de cobre caliente se enfría con agua, por lo cual pasa de 400 a 30° C. ¿Cuál era la masa de dicha parte si perdió 80 kcal de calor?
- 9) Un tubo de cobre de 400 g que se encuentra inicialmente a 200° C se sumerge en un recipiente que contiene 3 kg de agua a 20° C. Pasando por alto otros intercambios de calor, ¿cuál será la temperatura de equilibrio de la mezcla?
- 10) ¿Qué cantidad de aluminio ($c = 0.22 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$) a 20° C tendrá que añadirse a 400 g de agua caliente a 80° C para que la temperatura de equilibrio sea de 30° C?
- 11) Un trozo de metal de 450 g se calienta a 100° C y luego se deja caer en el recipiente de un calorímetro de aluminio de 50 g que contiene 100 g de agua. La temperatura inicial de la taza y del agua es de 10° C y la temperatura de equilibrio es de 21.1° C. Halle el calor específico del metal.
- 12) Un trabajador saca un trozo de hierro de 2 kg de un horno y lo coloca en un recipiente de aluminio de 1 kg, que se ha llenado parcialmente con 2 kg de agua. Si la temperatura del agua sube de 21 a 50° C, ¿cuál era la temperatura inicial del hierro?
- 13) ¿Qué masa de agua que inicialmente estaba a 20° C se debió mezclar con 2 kg de hierro para hacer que la temperatura del hierro bajara de 250° C a una temperatura de equilibrio de 25° C?
- 14) Un bloque de cobre de 1.3 kg se calienta a 200° C y luego se introduce en un recipiente aislado que se ha llenado parcialmente con 2 kg de agua a 20° C. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio?
- 15) Cincuenta gramos de perdigones de cobre se calientan a 200° C y luego se introducen en una taza de aluminio de 50 g que contiene 160 g de agua. La temperatura inicial de la taza y el agua es de 20° C. ¿Cuál es la temperatura de equilibrio?

QUINTA UNIDAD

Respuestas

- 1) $Q = 119 \text{ cal}$
- 2) $c = 1250 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$
- 3) $Q = 43.0 \text{ kcal}$
- 4) $Q = 126 \text{ kJ}$
- 5) $Q = 359 \text{ kJ}$
- 6) $m = 199 \text{ g}$
- 7) $T = 261^\circ \text{C}$
- 8) $m = 2.32 \text{ kg}$
- 9) $TE = 22.2^\circ \text{C}$
- 10) $m_{\text{Al}} = 9.09 \text{ kg}$
- 11) $c = 0.0347 \text{ cal/g } ^\circ\text{C}$
- 12) $T = 337^\circ \text{C}$
- 13) $m_{\text{agua}} = 10.1 \text{ kg}$
- 14) $TE = 30.3^\circ \text{C}$
- 15) $TE = 24.8^\circ \text{C}$

Calores específicos

Sustancia	J/kg · °C	cal/g · °C o Btu/lb · °F
Acero	480	0.114
Agua	4186	1.00
Alcohol etílico	2500	0.60
Aluminio	920	0.22
Cobre	390	0.093
Hielo	2090	0.5
Hierro	470	0.113
Latón	390	0.094
Mercurio	140	0.033
Oro	130	0.03
Plata	230	0.056
Plomo	130	0.031
Trementina	1800	0.42
Vapor	2000	0.48
Vidrio	840	0.20
Zinc	390	0.092

Calores de fusión y calores de vaporización de diversas sustancias

Sustancia	Punto de fusión °C	Calor de fusión		Punto de ebullición °C	Calor de vaporización	
		J/kg	cal/g		J/kg	cal/g
Alcohol etílico	-117.3	104×10^3	24.9	78.5	854×10^3	204
Amoniaco	-75	452×10^3	108.1	-33.3	1370×10^3	327
Cobre	1080	134×10^3	32	2870	4730×10^3	1130
Helio	-269.6	5.23×10^3	1.25	-268.9	20.9×10^3	5
Plomo	327.3	24.5×10^3	5.86	1620	871×10^3	208
Mercurio	-39	11.5×10^3	2.8	358	296×10^3	71
Oxígeno	-218.8	13.9×10^3	3.3	-183	213×10^3	51
Plata	960.8	88.3×10^3	21	2193	2340×10^3	558
Agua	0	334×10^3	80	100	2256×10^3	540
Cinc	420	100×10^3	24	918	1990×10^3	475

QUINTA UNIDAD

CAMBIO DE FASE

Usamos el término **fase** para describir un estado específico de la materia, como sólido, líquido o gas. El compuesto H_2O existe en la fase sólida como hielo, en la fase líquida como agua y en la fase gaseosa como vapor de agua. (También llamamos a éstos **estados de la materia**: el estado sólido, el estado líquido y el estado gaseoso.) Una transición de una fase a otra es un **cambio de fase**. Para una presión dada, los cambios de fase se dan a una temperatura definida, generalmente acompañada por absorción o emisión de calor, y un cambio de volumen y densidad. Un ejemplo conocido de cambio de fase es la fusión del hielo. Si agregamos calor al hielo a $0^\circ C$ y a presión atmosférica normal, la temperatura del hielo no aumenta. En vez de ello, parte de él se funde para formar agua líquida. Si agregamos calor lentamente, manteniendo el sistema muy cerca del equilibrio térmico, la temperatura seguirá en $0^\circ C$ hasta que todo el hielo se haya fundido (vea la figura). El efecto de agregar calor a este sistema no es elevar su temperatura sino cambiar su fase de sólida a líquida.



Para convertir 1 kg de hielo a $0^\circ C$ en 1 kg de agua líquida a $0^\circ C$ y a presión atmosférica normal, necesitamos $3.34 \times 10^5 J$ de calor. El calor requerido por unidad de masa se llama **calor de fusión** (o calor latente de fusión), denotado con L_f . Para el agua a presión atmosférica normal, el calor de fusión es:

$$L_f = 3.34 \times 10^5 J/kg = 79.6 cal/g = 143 Btu/lb$$

En términos más generales, para fundir una masa m de material con calor de fusión L_f se requiere una cantidad de calor Q dada por:

$$Q = mL_f$$

Este proceso es reversible. Para congelar agua líquida a $0^\circ C$ tenemos que quitar calor; la magnitud es la misma, pero ahora Q es negativa porque se quita calor en vez de agregarse. Para cubrir ambas posibilidades e incluir otros tipos de cambios de fase, escribimos:

$$Q = \pm mL \quad (\text{transferencia de calor en un cambio de fase})$$

Usamos el signo más (entra calor) cuando el material se funde, y el signo menos (sale calor) cuando se congela. El calor de fusión es diferente para diferentes materiales, y también varía un poco con la presión.

Para un material dado, a una presión dada, la temperatura de congelación es la misma que la de fusión. En esta temperatura única, las fases líquida y sólida (agua líquida y hielo, por ejemplo) pueden coexistir en una condición llamada **equilibrio de fases**. Algo similar sucede con la ebullición o evaporación, una transición de fase entre líquido y gas. El calor correspondiente (por unidad de masa) se llama **calor de vaporización** L_v . A presión atmosférica normal el calor de vaporización L_v del agua es.

$$L_v = 2.256 \times 10^6 J/kg = 539 cal/g = 970 Btu/lb$$

QUINTA UNIDAD

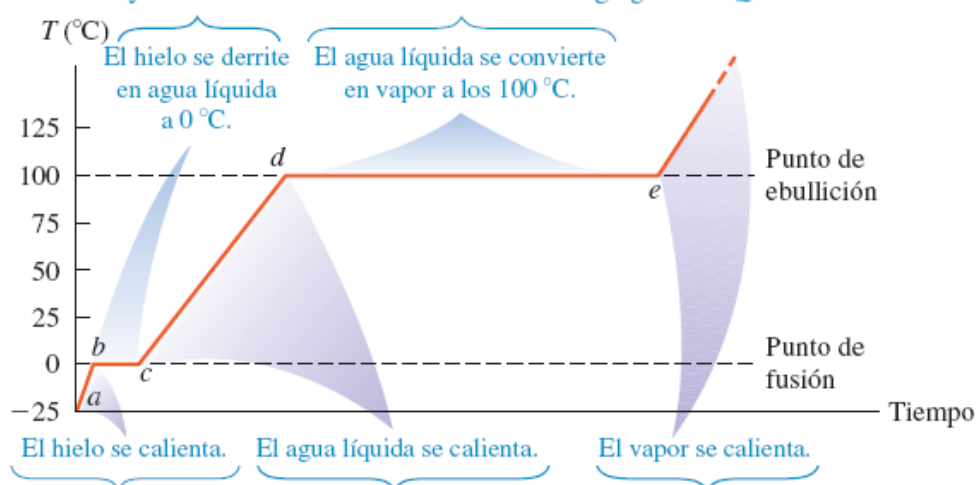
Tabla de los calores latente de vaporización y fusión

Sustancia	Punto de fusión normal		Calor de fusión, L_f (J/kg)	Punto de ebullición normal		Calor de vaporización, L_v (J/kg)
	K	°C		K	°C	
Helio	*	*	*	4.216	-268.93	20.9×10^3
Hidrógeno	13.84	-259.31	58.6×10^3	20.26	-252.89	452×10^3
Nitrógeno	63.18	-209.97	25.5×10^3	77.34	-195.8	201×10^3
Oxígeno	54.36	-218.79	13.8×10^3	90.18	-183.0	213×10^3
Etanol	159	-114	104.2×10^3	351	78	854×10^3
Mercurio	234	-39	11.8×10^3	630	357	272×10^3
Agua	273.15	0.00	334×10^3	373.15	100.00	2256×10^3
Azufre	392	119	38.1×10^3	717.75	444.60	326×10^3
Plomo	600.5	327.3	24.5×10^3	2023	1750	871×10^3
Antimonio	903.65	630.50	165×10^3	1713	1440	561×10^3
Plata	1233.95	960.80	88.3×10^3	2466	2193	2336×10^3
Oro	1336.15	1063.00	64.5×10^3	2933	2660	1578×10^3
Cobre	1356	1083	134×10^3	1460	1187	5069×10^3

*Se requiere una presión mayor que 25 atmósferas para solidificar el helio. A presión de 1 atmósfera, el helio sigue siendo líquido hasta el cero absoluto.

Gráfica de temperatura contra tiempo para una muestra de agua que inicialmente está en la fase sólida (hielo). Se le agrega calor con tasa constante. La temperatura no cambia durante los cambios de fase, siempre y cuando la presión se mantenga constante.

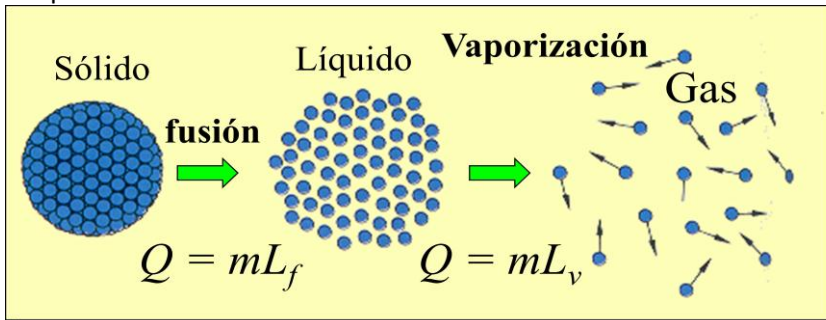
Cambios de fase del agua. Durante estos periodos, la temperatura se mantiene constante y ocurre un cambio de fase conforme se agrega calor: $Q = +mL$.



Cambios de la temperatura del agua. Durante este periodo, la temperatura aumenta al agregarse calor: $Q = mc\Delta T$.

QUINTA UNIDAD

Cuando ocurre un cambio de fase, sólo hay un cambio en energía potencial de las moléculas. La temperatura es constante durante el cambio.

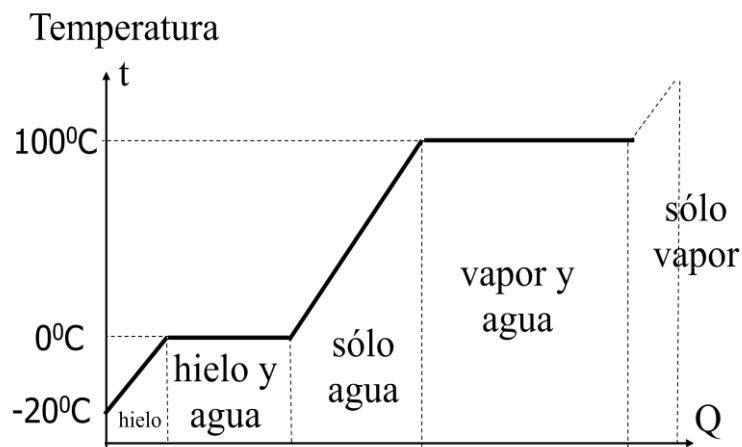


Términos: fusión, vaporización, condensación, calor latente, evaporación, punto de congelación, punto de fusión.

Ejemplo 1: ¿Cuánto calor se necesita para convertir 10 g de hielo a -20°C a 100°C ?

Solución:

hielo → vapor



Primero se aplica calor específico del hielo, podemos trabajar los calores específicos en calorías/ g°C y la masa en gramos o también trabajar los calores específicos como $\text{J}/\text{kg}^{\circ}\text{C}$ y la masa en kilogramos según como desee.

Calor aplicado específicamente al hielo hasta llevarlo a la temperatura de 0°C :

$$Q_1 = mc\Delta t$$

$$Q_1 = (10 \text{ g})(0.5 \text{ cal}/\text{g}^{\circ}\text{C})[0 - (-20^{\circ}\text{C})]$$

$$Q_1 = (10 \text{ g})(0.5 \text{ cal}/\text{g}^{\circ}\text{C})(20^{\circ}\text{C}) = 100 \text{ calorías}$$

Ahora se funde el hielo y aquí permanece constante la temperatura y aplicamos calor latente de fusión:

$$Q_2 = mL_f$$

$$Q_2 = (10 \text{ g})(80 \text{ cal}/\text{g}) = 800 \text{ cal}$$

Luego elevamos el agua de 0°C a 100°C y aplicamos $Q_3 = mc\Delta t$

$$Q_3 = 1000 \text{ cal}$$

QUINTA UNIDAD

Seguidamente convertimos el agua a 100 °C en vapor y usamos calor latente de vaporización = mL_v

$$Q_4 = (10 \text{ g})(540 \text{ cal/g}) = 5400 \text{ cal}$$

$$\text{Calor total} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$\text{Calor total} = 100\text{cal} + 800\text{cal} + 1000\text{cal} + 5400\text{cal}$$

$$\text{Calor total} = 7300 \text{ calorías}$$

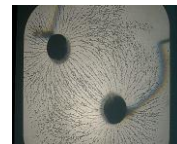
SECCION DE EJERCICIOS

Realice los siguientes problemas:

- 1) ¿Cuánto calor se requiere para convertir 2kg de hielo a -30 °C en vapor a 110°C?
- 2) ¿Cuánto calor se requiere para convertir 20 g de hielo a 0 °C en vapor a 100°C?
- 3) ¿Cuántos gramos de vapor a 150 °C se deben mezclar con 100g de hielo a -10°C con el fin de que la temperatura de equilibrio sea de 28°C?
- 4) ¿Cuántos gramos de hielo a -50 °C se deben mezclar con 18 gramos de vapor a 150°C con el fin de que la temperatura de equilibrio sea de 30°C?
- 5) 2kg de hielo a -15°C se mezclan con 400g de vapor a 120°C. Determine la temperatura de equilibrio.
- 6) 2kg de hielo a 0 °C se mezcla con 300 gramos de vapor a 120°C .determine la temperatura de equilibrio.
- 7) 1kg de hielo a 0 °C se mezcla con 150 gramos de vapor a 120°C .determine la temperatura de equilibrio.
- 8) 1kg de hielo a -15°C se mezclan con 200g de vapor a 120°C. Determine la temperatura de equilibrio.
- 9) ¿Cuántos gramos de hielo a -10 °C se deben mezclar con 40 gramos de vapor a 150°C con el fin de que la temperatura de equilibrio sea de 25°C?
- 10) ¿Cuántos gramos de vapor a 120 °C se deben mezclar con 80 g de hielo a -10°C con el fin de que la temperatura de equilibrio sea de 60°C?
- 11) ¿Cuánto calor se requiere para convertir 0.05 g de hielo a 0 °C en vapor a 100°C?
- 12) ¿Cuánto calor se requiere para convertir 3 gramos de hielo a -10 °C en vapor a 150°C?



QUINTA UNIDAD



“ELECTRICIDAD”

La electricidad es una rama de la física a la cual conciernen los fenómenos eléctricos, aunque puede ir acompañada del campo magnético y producirse una a partir de la otra.

Cargas eléctricas

En la naturaleza existen fuerzas y cargas eléctricas. Podemos encontrar cargas eléctricas de diversas formas por ejemplo al frotar un peine en nuestro pelo, se observa que aquel atraerá pedacitos de papel, la fuerza de atracción es lo suficientemente fuerte como para mantener suspendidos los pedacitos de papel.

En varios experimentos se demostró que existen dos tipos de cargas eléctricas a las cuales Benjamín Franklin (1706-1790) les dio el nombre de **positiva y negativa**. Y se estableció que **cargas iguales se repelen y cargas diferentes se atraen**.

En la actualidad existen aislantes y conductores de la electricidad.

Los conductores son los materiales en los cuales las cargas eléctricas se mueven con bastante libertad y los aisladores son los que no transportan la carga con facilidad.

Los metales son buenos conductores de la electricidad y materiales como el vidrio, caucho etc. Son aisladores.

Existe otro tipo de material intermedio y se les llama semiconductores y sus propiedades están dentro de los aisladores y conductores.

La base de la explicación de los campos eléctricos se debe a la Ley de Coulomb.

LEY DE COULOMB

Coulomb estableció la ley fundamental de la fuerza eléctrica entre dos partículas cargadas estacionarias. La fuerza eléctrica tiene las siguientes propiedades:

- 1) La fuerza es inversamente proporcional al inverso del cuadrado de la distancia de separación considerado como r entre las dos partículas, medida a lo largo de la línea recta que las une.
- 2) La fuerza es proporcional al producto de las cargas (q_1 y q_2) de las dos partículas.
- 3) La fuerza es atractiva si las dos cargas son de signos opuestos y repulsiva si las cargas son del mismo signo.

A partir de estas propiedades se establece que la carga eléctrica entre dos cargas es:

$$F = k \frac{|q_1| |q_2|}{r^2} \langle C \rangle \Rightarrow \text{Ley de Coulomb}$$

Las dimensionales en el sistema internacional es Coulomb debido a su descubrimiento y su abreviatura es C.

k : es una constante conocida como constante de Coulomb

$$k = 9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2 \quad 67 \times 10^{-27}$$

q_1 y q_2 son las cargas de las partículas, la unidad más pequeña de carga conocida es la que tiene un electrón o protón.

CONSTANTES		
Partículas	Carga(C)	Masa(kg)
Electrón (e)	$-1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	9.11×10^{-31}
Protón (p)	$+1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$	1.67×10^{-27}
Neutrón (n)	0	1.67×10^{-27}

QUINTA UNIDAD

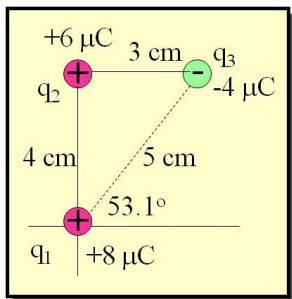
Ejemplo 1: Dos esferas, cada una con una carga de $3 \mu\text{C}$ y de $-8 \mu\text{C}$, están separadas por 20 mm. ¿Cuál es la fuerza de repulsión entre ellas?

Solución:

$$F_e = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_e = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2) \frac{(3 \times 10^{-6} \text{ C})(8 \times 10^{-6} \text{ C})}{(20 \times 10^{-3} \text{ m})^2} = 540 \text{ N}$$

Ejemplo 2: Tres cargas, $q_1 = +8 \mu\text{C}$, $q_2 = +6 \mu\text{C}$ y $q_3 = -4 \mu\text{C}$ se ordenan como se muestra abajo. Encuentre la fuerza resultante sobre la carga de $-4 \mu\text{C}$ debida a las otras.



Solución:

Fuerza eléctrica de la carga dos sobre la tres es:

$$F_{23} = k \frac{q_2 q_3}{r^2} \Rightarrow F_{23} = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2) \frac{(6 \times 10^{-6} \text{ C})(-4 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.03 \text{ m})^2} = -240 \text{ N}$$

Fuerza eléctrica de la carga uno sobre la tres, pero esta tiene sus componentes en x y en "y"

$$F_{13} = k \frac{q_1 q_3}{r^2} \Rightarrow F_{23} = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2) \frac{(8 \times 10^{-6} \text{ C})(-4 \times 10^{-6} \text{ C})}{(0.05 \text{ m})^2} = -115.2 \text{ N}$$

Componente en y, sería:

$$F_{13y} = F_{13} * \text{sen} 53.1^\circ = -115.2 \text{ N} * \text{sen} 53.1^\circ = -92.12 \text{ N}$$

La componente en x es:

$$F_{13x} = F_{13} * \cos 53.1^\circ = -115.2 \text{ N} * \cos 53.1^\circ = -69.17 \text{ N}$$

Sumamos las componentes en x y las componentes en "y"

Fuerzas	Fuerza en x	Fuerza en y
F_{23}	-240N	0
F_{13}	-69.17N	-92.12N
	-309.17N	-92.12N

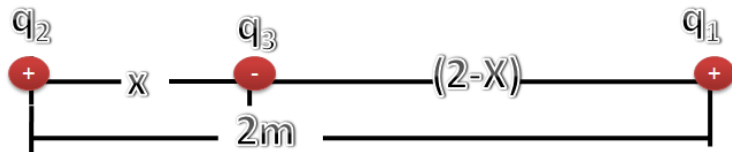
$$\text{La fuerza eléctrica es: } F_e = \sqrt{(-309 \text{ N})^2 + (-92.12 \text{ N})^2} = 322.6 \text{ N}$$

$$\text{El ángulo resultante es; } \theta = \tan^{-1} \left(\frac{-92.12 \text{ N}}{-309.17 \text{ N}} \right) = 16.59^\circ$$

La fuerza eléctrica sobre la carga de $-4 \mu\text{C}$, es de 322.6N, 16.59° SO

Ejemplo 3: Tres cargas a lo largo del eje x, como se muestra en la figura. La carga positiva $q_1 = +15 \mu\text{C}$ esta en $x=2\text{m}$, y la carga positiva $q_2 = 6 \mu\text{C}$ esta en el origen. ¿En dónde debe colocarse una carga negativa q_3 sobre el eje x, de modo que la fuerza resultante sea cero?

QUINTA UNIDAD



Solución:

La fuerza eléctrica de la carga dos sobre la tres es igual a la carga que hace la uno sobre la tres de tal manera que su suma sea cero.

$$F_{23} - F_{13} = 0$$

$$F_{23} = F_{13}$$

$$k \frac{q_2 q_3}{x^2} = k \frac{q_1 q_3}{(2-x)^2}$$

En la última ecuación la constante de Coulomb y la carga tres se eliminan por estar multiplicando en ambos lados de la ecuación.

$$\frac{q_2}{x^2} = \frac{q_1}{(2-x)^2}$$

$$q_1 x^2 = q_2 (2-x)^2$$

$$\frac{q_1}{q_2} x^2 = (2-x)^2$$

$$\frac{15 \mu C}{6 \mu C} x^2 = 4 - 4x + x^2$$

$$\frac{5}{3} x^2 = 4 - 4x + x^2$$

$$0 = x^2 - \frac{5}{3} x^2 - 4x + 4$$

$$0 = -\frac{2}{3} x^2 - 4x + 4$$

Aplicando fórmula cuadrática:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = -2/3$$

$$b = -4$$

$$c = 4$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4\left(-\frac{2}{3}\right)(4)}}{2\left(-\frac{2}{3}\right)}$$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{\frac{80}{3}}}{-\frac{4}{3}}$$

$$x = \frac{4 \pm 5.16}{-\frac{4}{3}}$$

$$x = \frac{4 + 5.16}{-\frac{4}{3}} = -0.58$$

$$x = \frac{4 - 5.16}{-\frac{4}{3}} = 0.87m$$

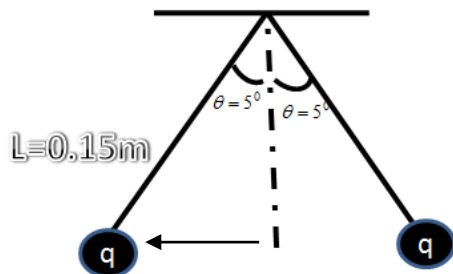
La tercera carga que debe colocarse entre la carga uno y dos es de 0.87m desde el origen.

QUINTA UNIDAD

Ejemplo 4: el electrón y el protón de un átomo de hidrogeno están separados en promedio por una distancia aproximada de $5.3 \times 10^{-11} \text{m}$. Calcule la magnitud de la fuerza eléctrica entre las dos partículas.

$$F_e = k \frac{q_e q}{r^2} = (9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2) \frac{(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(1.6 \times 10^{-19})}{(5.3 \times 10^{-11})^2} = 8.2 \times 10^{-8} \text{ N}$$

Ejemplo 5: dos pequeñas esferas cargadas, cada una con masa de $3 \times 10^{-2} \text{kg}$, están suspendidas en equilibrio como se muestra en la figura. si la longitud de cada hilo es de 0.15m y el ángulo $\theta = 5^\circ$. encuentre la magnitud de la carga en cada esfera suponiendo que las esferas tienen igual carga.



Solución:

Encontramos la distancia “d” que se muestra con una flecha en la figura con la función seno;

$$\text{sen} \theta = \frac{d}{L} \Rightarrow d = L \text{sen} \theta$$

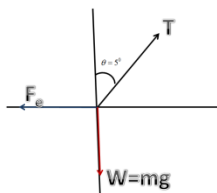
$$d = (0.15 \text{m})(\text{sen} 5^\circ) = 0.0131 \text{m}$$

Ahora la distancia de separación entre ambas masas es el doble:

$$r = 2d$$

$$r = 0.026 \text{m}$$

Elaboramos un diagrama de cuerpo libre para la primera carga:



Aplicamos las condiciones de equilibrio:

$$\sum x = 0$$

$$-F_e + T_x = 0$$

$$F_e = T_x$$

$$F_e = T \text{sen} \theta$$

$$\sum y = 0$$

$$-W + T_y = 0$$

$$W = T_y$$

$$W = T \cos \theta$$

$$T = \frac{W}{\cos \theta}$$

$$T = \frac{mg}{\cos \theta}$$

Sustituimos T en: $F_e = T \text{sen} \theta$

$$F_e = \frac{mg}{\cos \theta} \text{sen} \theta$$

$$F_e = mg \tan \theta$$

$$F_e = (3 \times 10^{-2} \text{ kg})(9.8 \text{ m/s}^2) \tan 5^\circ = 25.72 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Aplicamos la ley de Coulomb:

QUINTA UNIDAD

$$F_e = k \frac{qq}{r^2} \Rightarrow F_e = k \frac{q^2}{r^2} \Rightarrow q = \sqrt{\frac{F_e r^2}{k}}$$

$$q = \sqrt{\frac{F_e r^2}{k}} = \sqrt{\frac{(25.72N)^2 (0.026m)^2}{9 \times 10^9 Nm^2 / C^2}} = 4.4 \times 10^{-8} C$$

Ejemplo 6: si la carga sobre una hoja delgada de metal es negativa ¿Cuántos electrones fueron añadidos para que su carga neta sea de $-4.4 \times 10^{-8} C$ en el problema anterior?

Solución:

La carga neta es el resultado de multiplicar el número de electrones por la carga de cada electrón.

$$Q = Ne$$

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{4.4 \times 10^{-8} C}{1.6 \times 10^{-19} C} = 2.7 \times 10^{11} \text{ electrones}$$

CAMPO ELECTRICO DE UNA DISTRIBUCION DE CARGA CONTINUA

Un campo eléctrico en un punto dado del espacio puede ser definido en términos de la fuerza eléctrica que actúa sobre la carga de prueba q_0 colocada en ese punto. El campo eléctrico es un

vector \vec{E} y es la fuerza eléctrica F que actúa sobre una carga de prueba positiva colocada en ese punto y dividida por la magnitud e la carga de prueba q_0 .

$$E = \frac{F}{q_0} \langle N / C \rangle$$

La dirección de campo eléctrico E es la dirección de F y podemos decir que un campo eléctrico existe en un punto si una carga de prueba en reposo situada en ese punto experimenta una fuerza eléctrica. Consideremos una carga puntual q ubicada a una distancia r de una carga de prueba q_0 .

La fuerza eléctrica seria:

$$F = k \frac{qq_0}{r^2}$$

El campo eléctrico seria:

$$E = \frac{F}{q_0}$$

Sustituyendo la fuerza eléctrica en E ;

$$E = \frac{F}{q_0} \Rightarrow E = \frac{k \frac{qq_0}{r^2}}{q_0} \Rightarrow E = \frac{kqq_0}{r^2 q_0} \Rightarrow E = \frac{kqq_0}{r^2 q_0}$$

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

$$E = k \frac{q}{r^2}$$

CAMPO ELÉCTRICO DE UNA DISTRIBUCIÓN CONTINUA DE CARGA

Se refiere a que la carga está distribuida uniformemente sobre una línea recta, una superficie o en todo un volumen. Al llevar a cabo cálculos de este tipo, es conveniente utilizar el concepto de densidad de carga junto con las anotaciones siguientes:

Q : carga que esta uniformemente distribuida en el volumen V , la carga por unidad de volumen ρ está dada por:

$$\rho = \frac{Q}{V}$$

QUINTA UNIDAD

Si una carga está distribuida uniformemente sobre una superficie de área A , la densidad de la carga superficial está dada por:

$$\rho = \frac{Q}{A}$$

Y si una carga está distribuida uniformemente a lo largo de una línea de longitud L , la densidad de la carga lineal está dada por:

$$\rho = \frac{Q}{L}$$

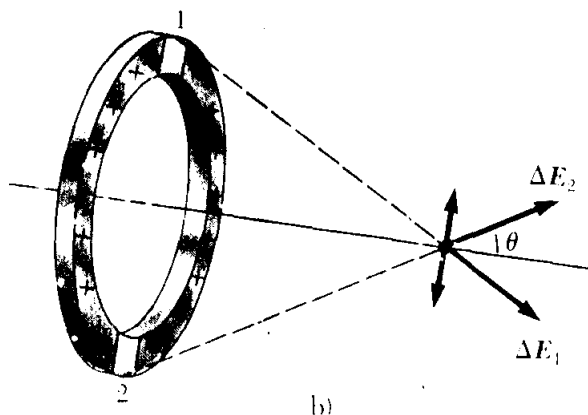
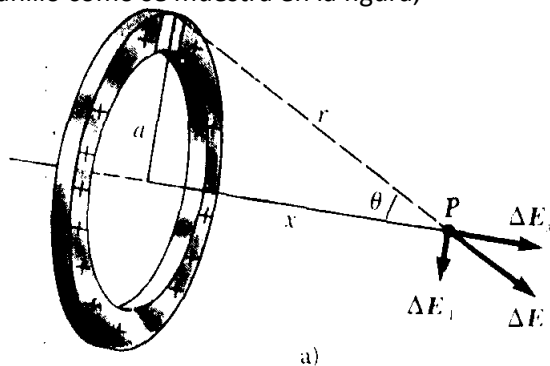
Campo eléctrico debido a una barra cargada

Una barra cargada de longitud L tiene una carga positiva por unidad de longitud λ y una carga total Q . El campo eléctrico a un punto P a lo largo del eje de la barra y a una distancia d de uno de los extremos está dado por:

$$E = \frac{KQ}{d(L+d)}$$

Campo eléctrico de un anillo uniforme de carga

Un anillo de radio a tiene una carga positiva uniforme por unidad de longitud, con una carga total Q , el campo eléctrico a lo largo del eje del anillo, en un punto que está a una distancia x del centro del anillo como se muestra en la figura;



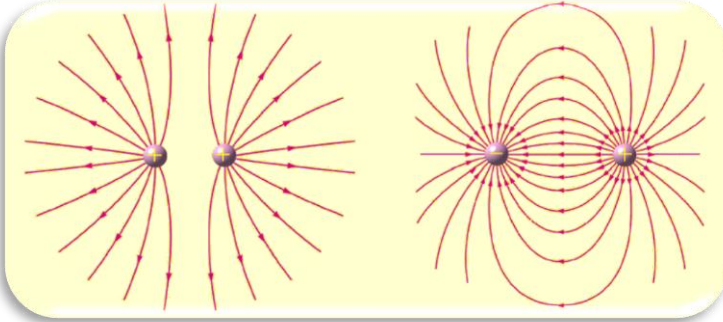
El campo eléctrico está dado por:

$$E = \frac{kx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} Q$$

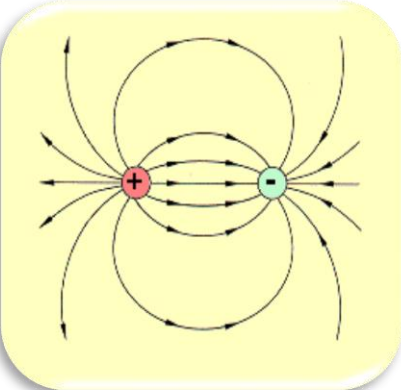
QUINTA UNIDAD

Líneas de campo eléctrico

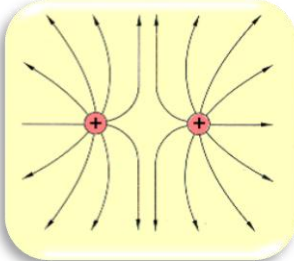
Las líneas de campo eléctrico son líneas imaginarias que se dibujan de tal forma que su dirección en cualquier punto es la misma que la dirección del campo en dicho punto.



Las líneas de campo se alejan de las cargas positivas y se acercan a las cargas negativas.
Dos cargas iguales pero opuestas.



Dos cargas idénticas (ambas +).



- ✓ Las líneas salen de las cargas + y entran a las cargas –
- ✓ E es más intenso donde las líneas de campo son más densas.

Campo eléctrico resultante

El campo resultante E en la vecindad de un número de cargas puntuales es igual a la suma vectorial de los campos debidos a cada carga tomada individualmente.

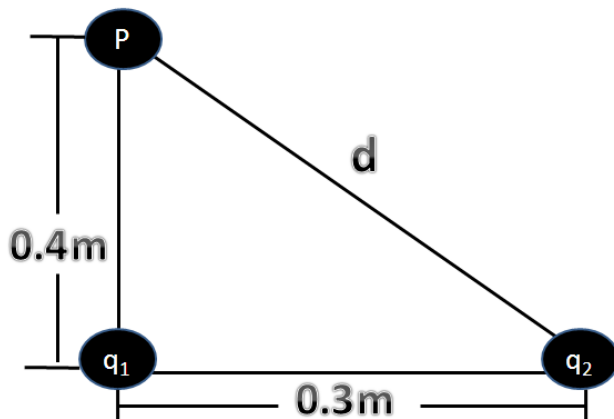
Ejemplo 1: determine la fuerza eléctrica sobre un pontón colocado en un campo eléctrico de $2 \times 10^4 \text{ N/C}$, dirigido a lo largo del eje positivo de las x .

$$E = \frac{F}{q_0}$$

$$F = q_0 E$$

$$F = (+1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(2 \times 10^4 \text{ N/C}) = 3.2 \times 10^{-15} \text{ C}$$

Ejemplo 2: la carga $q_1 = 7 \text{ } \mu\text{C}$ está colocada en el origen y una segunda carga $q_2 = -5 \text{ } \mu\text{C}$ está colocada sobre el eje x a 0.3m del origen. Determine el campo eléctrico en un punto p con coordenadas (0, 0.4)m.



Encontramos el ángulo con la función tangente:

$$\tan \theta = \frac{\text{lad.op}}{\text{lad.ady}}$$

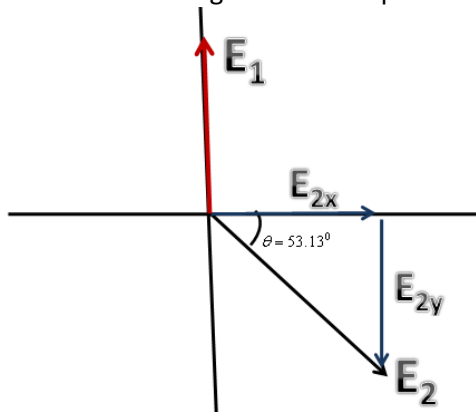
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{0.4\text{m}}{0.3\text{m}}\right) = 53.1^\circ$$

Encontramos la distancia d con Pitágoras:

$$d^2 = (0.3\text{m})^2 + (0.4\text{m})^2$$

$$d = \sqrt{(0.3\text{m})^2 + (0.4\text{m})^2} = 0.5\text{m}$$

Elaboramos el diagrama de cuerpo libre.



Encontramos el campo eléctrico de la carga uno:

QUINTA UNIDAD

$$E_1 = k \frac{q_1}{r^2} = (9.9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2) \left(\frac{7 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0.4 \text{ m})^2} \right) = 393,750 \text{ N / C}$$

Encontramos el campo eléctrico dos:

$$E_2 = k \frac{q_2}{d^2} = (9.9 \times 10^9 \text{ Nm}^2 / \text{C}^2) \left(\frac{5 \times 10^{-6} \text{ C}}{(0.5 \text{ m})^2} \right) = 1.8 \times 10^5 \text{ N / C}$$

Componente en x del campo dos:

$$E_{2x} = (1.8 \times 10^5 \text{ N / C}) \cos 53.13^\circ =$$

Componente en y del campo dos:

$$E_{2y} = (1.8 \times 10^5 \text{ N / C}) \sin 53.13^\circ =$$

Encontramos el campo eléctrico resultante:

Campo Eléctrico	Componente en x	Componente en y
E ₁	0	+393,750 N/C
E ₂	+108,000 N/C	-144,000 N/C
	+108,000 N/C	249,750 N/C

El campo eléctrico resultante es: $E_R = \sqrt{(108,000 \text{ N / C})^2 + (249,750 \text{ N / C})^2} = 2.7 \times 10^5 \text{ N / C}$

El ángulo resultante es; $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{249,750 \text{ N / C}}{108,000 \text{ N / C}} \right) = 66.61^\circ$

Respuesta: $2.7 \times 10^5 \text{ N/C}$, a 66.61° con el eje positivo de las x

Ejemplo 3: determine la fuerza eléctrica sobre una carga de prueba de $2 \times 10^{-8} \text{ C}$ colocada en el punto p, del problema anterior.

$$E = \frac{F_e}{q_0}$$

$$F_e = q_0 E$$

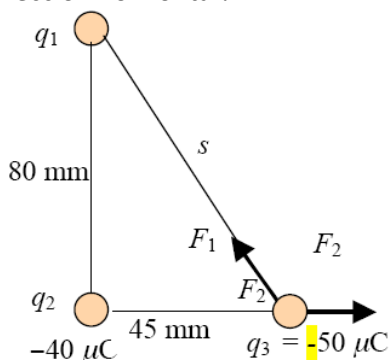
$$F = (2 \times 10^{-8} \text{ C}) (2.7 \times 10^5 \text{ N / C}) = 5.4 \times 10^{-3} \text{ C}$$

Respuesta: $5.4 \times 10^{-3} \text{ N}$ en la misma dirección de E

SECCIÓN DE EJERCICIOS

Ley de Coulomb

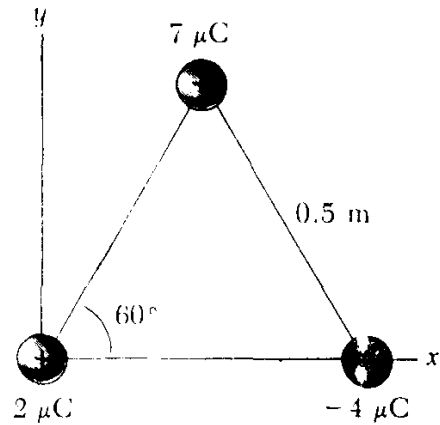
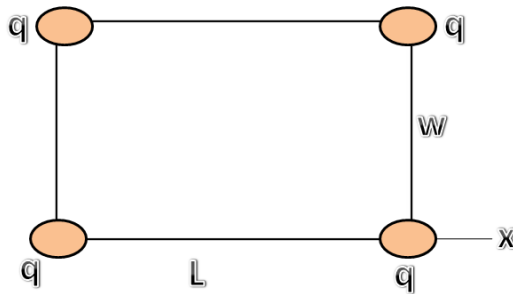
- 1) Una carga de $-6\mu\text{C}$ se coloca a 4 cm de una carga de $+9\mu\text{C}$. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre una carga de $-5\mu\text{C}$ que se ubica a medio camino entre las primeras cargas?
- 2) ¿Cuál es la separación de dos cargas de $-4\mu\text{C}$ si la fuerza de repulsión es 200 N?
- 3) Dos cargas idénticas separadas 30 mm son sujetas a una fuerza de repulsión de 980 N. ¿Cuál es la magnitud de cada carga?
- 4) Una carga de $+60\mu\text{C}$ se coloca 60 mm a la izquierda de una carga de $+20\mu\text{C}$. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre una carga de $-35\mu\text{C}$ colocada en el punto medio entre las dos cargas?
- 5) Una carga de $+60\mu\text{C}$ se halla 80 mm arriba de una carga de $-40\mu\text{C}$. ¿Cuál es la fuerza resultante sobre una carga de $-50\mu\text{C}$ colocada 45 mm a la derecha de la carga de $-40\mu\text{C}$ en dirección horizontal?
- 6) Una carga puntual de $+36\mu\text{C}$ se coloca 80 mm a la izquierda de una segunda carga puntual de $-22\mu\text{C}$. ¿Qué fuerza se ejerce sobre una tercera carga de $+10\mu\text{C}$ colocada en el punto medio?



- 7) Una carga de $+8\text{ nC}$ se coloca 40 mm a la izquierda de una carga de -14 nC . ¿Dónde se debe colocar una tercera carga para que ésta quede sometida a una fuerza resultante de cero?
- 8) Una carga de $+16\mu\text{C}$ está 80 mm a la derecha de una carga de $+9\mu\text{C}$. ¿Dónde se debe colocar una tercera carga para que la fuerza resultante sea cero?
- 9) Suponga que 1 g de hidrógeno se separa en electrones y protones. Suponga también que los protones son colocados en el Polo Norte de la Tierra y los electrones en el Polo Sur. ¿Cuál es la fuerza compresional resultante sobre la Tierra?
- 10) Dos protones en una molécula están separados por una distancia de $3.8 \times 10^{-10}\text{ m}$. Determine la fuerza electrostática ejercida por uno de los protones sobre el otro.
- 11) Cuatro cargas puntuales idénticas ($q = +10\mu\text{C}$) se colocan sobre las esquinas de un rectángulo como se muestra en la figura. Las dimensiones del rectángulo son, $L = 60\text{ cm}$ y $W = 15\text{ cm}$. Calcule la magnitud y la dirección de la fuerza neta electrostática ejercida sobre la carga de la esquina inferior izquierda del rectángulo por las otras tres
- 12) Tres cargas puntuales de $2\mu\text{C}$, $7\mu\text{C}$ y $-4\mu\text{C}$ se colocan en las esquinas de un triángulo equilátero como se muestra en la figura. Calcule la fuerza eléctrica neta sobre la carga de $7\mu\text{C}$.

QUINTA UNIDAD

cargas.



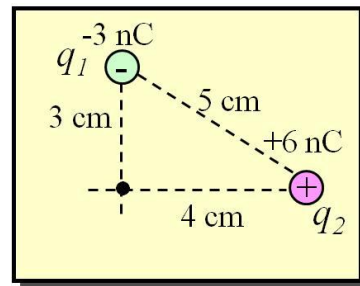
- 13) Una carga de $1.3 \mu\text{C}$ se coloca sobre el eje x en $x = -0.5 \text{ m}$, otra carga de $3.2 \mu\text{C}$ se coloca sobre el eje x en $x = 1.5 \text{ m}$, y una carga de $2.5 \mu\text{C}$ se coloca en el origen. Determine la fuerza neta sobre la carga de $2.5 \mu\text{C}$

- 14) Tres cargas puntuales están alineadas sobre el eje y . Una carga $q_1 = -9 \mu\text{C}$ está en $y = 6.0 \text{ m}$ y una carga $q_2 = -8 \mu\text{C}$ está en $y = -4.0 \text{ m}$. ¿Dónde debe ser colocada una tercera carga q_3 para que la fuerza neta sobre ésta sea cero?

Campo eléctrico

- 15) ¿Cuál es la intensidad del campo eléctrico E en el punto P , a una distancia de 3 m desde una carga negativa de -8 nC ?

- 16) Encuentre el campo resultante en el punto A debido a las cargas de -3 nC y $+6 \text{ nC}$ ordenadas como se muestra.



BIBLIOGRAFÍA

- ✓ PAUL TIPPENS, FÍSICA .CONCEPTOS Y APLICACIONES SÉPTIMA EDICIÓN
- ✓ FÍSICA DE RAYMOND A. SERWAY. QUINTA EDICIÓN
- ✓ FISICA RESNICK 6TA. EDICIÓN TOMO 1